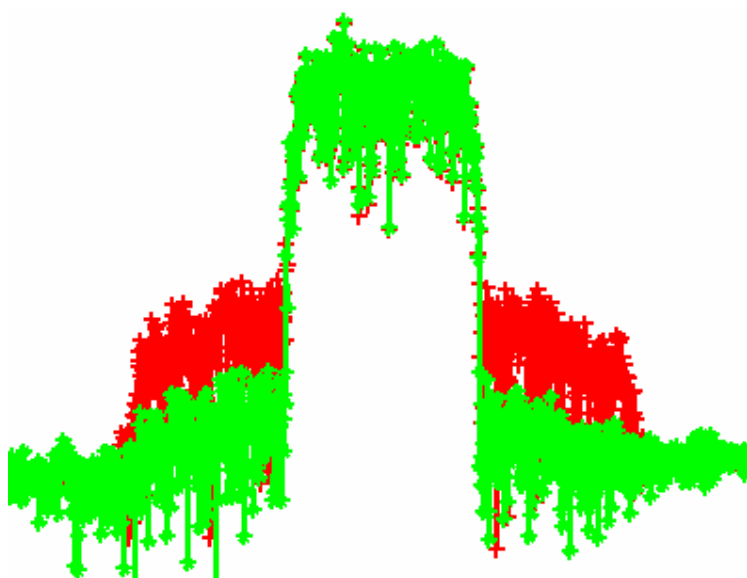




**Hugo Miguel Santos
Teixeira**

Modelo de um Linearizador para Amplificadores de Potência





**Hugo Miguel Santos
Teixeira**

**Modelo de um Linearizador para Amplificadores de
Potência**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Electrónica e Telecomunicações, realizada sob a orientação científica do Dr. José Carlos Pedro, Professor Catedrático do Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro e sob a co-orientação científica do Dr. Telmo Reis Cunha, Professor Auxiliar Convidado do Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro.

Dedico este trabalho aos meus Pais...

O júri

Presidente

Prof. Dr. João Nuno Pimentel da Silva Matos
Professor associado da Universidade de Aveiro

Prof. Dr. Vítor Manuel Grade Tavares
Professor auxiliar da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (arguente principal)

Prof. Dr. José Carlos Esteves Duarte Pedro
Professor catedrático da Universidade de Aveiro (orientador)

Prof. Dr. Telmo Reis Cunha
Professor auxiliar convidado da Universidade de Aveiro (co-orientador)

Agradecimentos

As primeiras palavras são dirigidas aos meus orientadores: Prof. José Carlos Pedro e Prof. Telmo Reis Cunha. Obrigado por me terem dado esta oportunidade, pelos ensinamentos transmitidos e pelo apoio incondicional.

Quero também agradecer: ao Prof. Nuno Borges de Carvalho, ao Doutor Pedro Cabral e aos Engenheiros Pedro Lavrador e Rui Santos, por terem facilitado bastante a minha integração num grupo, que alia o rigor à boa disposição.

Para finalizar gostaria de agradecer a todos que, de uma forma ou de outra, me têm ajudado a ser uma pessoa melhor. De entre estes destacam-se, como é óbvio, os meus Pais pela importância que têm no meu equilíbrio emocional e por me terem ajudado a chegar até aqui.

Palavras-chave

Amplificador de Potência, Modelo, *Volterra*, Linearizador.

Resumo

Esta dissertação insere-se na área de electrónica de rádio frequência, mais propriamente na formulação de um modelo de um linearizador para amplificadores de potência. A crescente saturação do espectro electromagnético leva, cada vez mais, à utilização de amplificadores de potência lineares. Contudo qualquer amplificador que seja projectado para ser linear é normalmente ineficiente. Uma possível solução para este problema consiste em aplicar técnicas de linearização a um amplificador que por si já é bastante eficiente. Das técnicas de linearização destacam-se as seguintes: *Feedback*, *Feedforward* e Pré-Distorção. É com base nesta última que será desenvolvido um modelo para um linearizador, tendo este como suporte matemático as Séries de *Volterra*. Assim, partindo de um modelo comportamental de um amplificador de potência e do conceito de pré-distorção, efectua-se a formulação de um modelo para o linearizador.

Keywords

Power Amplifier, Model, *Volterra*, Linearizer

Abstract

This dissertation belongs to the radio frequency area, more specifically it consists on the formulation of a linearizer model for wireless power amplifiers. The growing saturation of the electromagnetic spectrum forces the utilization of linear power amplifiers. However a power amplifier that is projected to be linear is normally inefficient. One possible solution to this problem is based on the application of linearization techniques to a quite efficient power amplifier. The most common linearization techniques are: *Feedback*, *Feedforward* and Pre-Distortion. The latter will be considered in this dissertation in the design of the linearizer model. So the idea is to obtain the linearizer model with the help of a behavioral power amplifier model and the mathematical support of the *Volterra* series.

Índice Geral

Índice Geral.....	i
Índice de Figuras.....	ii
Lista de Acrónimos	iii
Capítulo 1 – Introdução.....	1
1.1 Motivação	1
1.2 Estado da Arte	2
1.2.1 Pré-Distorção.....	2
1.2.2 Feedforward.....	4
1.2.3 Feedback.....	5
1.3 Objectivos.....	7
1.4 Estrutura da Dissertação	8
Capítulo 2 – Características Não Lineares dos Amplificadores de Potência	9
2.1 Classificação de Sistemas Não Lineares.....	9
2.1.1 Linear/ Não Linear	9
2.1.2 Com Memória/ Sem Memória	9
2.1.3 Variante/ Invariante	10
2.2 Efeitos Não Lineares em Amplificadores de Potência	10
2.3 Séries de Volterra	12
2.3.1 Método das Harmónicas de Entrada	13
2.3.2 Método das Correntes Não Lineares.....	15
Capítulo 3 – Modelo Comportamental de um Amplificador de Potência.....	19
3.1 Função de Transferência Não Linear de 1ªordem.....	21
3.2 Função de Transferência Não Linear de 2ªordem.....	22
3.3 Função de Transferência Não Linear de 3ªordem.....	23
3.4 Simplificação do Modelo FeedForward	25
Capítulo 4 – Dedução do Modelo do Linearizador	27
4.1 – Formulação do modelo do Linearizador.....	27
4.1.1 Cascata de dois sistemas Não-Lineares (3ªordem)	27
4.1.2 Modelo do Linearizador (3ªordem)	28
4.2 – Simulação do Modelo do Linearizador (3ª ordem).....	32
4.2.1 Teste de 2 tons (0 dBm).....	33
4.2.2 Teste de 2 tons (5 dBm).....	34
4.2.3 Teste de 2 tons (10 dBm).....	36
4.3 – Extensão do Linearizador à 5ª ordem	37
4.3.1 Cascata de dois sistemas Não-Lineares (5ª Ordem)	37
4.3.2 Modelo do Linearizador (5ª ordem)	38
4.4 – Simulação do modelo do Linearizador (5ª ordem)	42
4.4.1 Teste de 2 tons (8 dBm).....	43
4.4.2 Teste de 2 tons (13 dBm).....	43
4.4.3 Teste CDMA	44
Capítulo 5 – Simulação do Linearizador aplicado a um PA	47
5.1 Teste CDMA (10 dBm).....	47
5.1.1 Linearizador de 3ªOrdem.....	48
5.1.2 Linearizador de 5ªOrdem.....	49
5.2 Teste CDMA (12 dBm).....	50
5.2.1 Linearizador 3ªOrdem.....	50
5.2.2 Linearizador 5ªordem	51
Capítulo 6- Conclusões e Trabalho Futuro.....	53
Referências	a

Índice de Figuras

Figura 1 - Diagrama de blocos de um sistema de pré-distorção.....	2
Figura 2 - Linearizador digital.	3
Figura 3 - Diagrama de blocos de um sistema de <i>feedforward</i>	4
Figura 4 - Diagrama de blocos de um sistema de <i>feedback</i>	5
Figura 5 - Modelo <i>Three-Box</i> de um amplificador de potência.	11
Figura 6 - Topologia, com realimentação, de um amplificador de potência.	11
Figura 7 - Circuito com uma não-linearidade.	15
Figura 8 - Circuito equivalente, obtido por aplicação do teorema da sobreposição.	16
Figura 9 - Circuito para aplicação do Método das Correntes Não Lineares.	17
Figura 10 - Modelo simplificado do PA.....	20
Figura 11 - Modelo não recursivo de 3ª ordem do PA [3].	23
Figura 12 - Topologia do Kernel de 5ª ordem [12].	24
Figura 13 - Modelo de 3ª ordem simplificado [3].	25
Figura 14 - Cascata de dois sistemas não lineares.....	27
Figura 15 - Modelo do Linearizador (cancela 3ª ordem).	30
Figura 16 - Conjunto “pré-distorçor + amplificador” (cancela 3ª ordem).	31
Figura 17 - Implementação no ADS do conjunto “linearizador + modelo”.	32
Figura 18 - Teste de dois tons - 0dBm - saída do amplificador.	33
Figura 19 - Teste de dois tons-0dBm-saída do amplificador com o linearizador (3ª ordem).	34
Figura 20 - Teste de dois tons-5dBm-saída do amplificador.....	35
Figura 21 - Teste de dois tons-5dBm-saída do amplificador com linearizador (3ª ordem).	35
Figura 22 - Teste de dois tons-10dBm-saída do amplificador.....	36
Figura 23 - Teste de dois tons-10dBm-saída do amplificador com linearizador (3ª ordem).	36
Figura 24 - Diagrama de Blocos do kernel de 5ª ordem do linearizador.....	39
Figura 25 - Conjunto “pré-distorçor + modelo” - extensão à 5ª ordem.	40
Figura 26 - Estrutura genérica do linearizador.....	41
Figura 27 - Implementação no ADS do conjunto “Linearizador (5ª ordem) +modelo”.	42
Figura 28 - Teste de dois tons-8 dBm-saída do amplificador com linearizador (5ª ordem).	43
Figura 29 - Teste de dois tons-13 dBm-saída do amplicador com linearizador (5ª ordem).	43
Figura 30 - Teste CDMA (13 dBm) – vermelho (amp.) – azul (prédist.+amp.).	44
Figura 31 - Teste CDMA (15 dBm) – vermelho (amp.) – azul (prédist.+amp.).	45
Figura 32 - Comparação entre pré-distorçor de 3ª e 5ª ordem.....	46
Figura 33 - Módulo e Fase do filtro $G(w)$ à banda-base (10 dBm).	47
Figura 34 - Módulo e Fase do filtro $G(w)$ à 2ª harmónica (10 dBm).	47
Figura 35 - Efeito do linearizador (3ª ordem) – 10dBm.....	48
Figura 36- Efeito do linearizador (5ª ordem) – 10dBm.....	49
Figura 37 - Módulo e Fase do filtro $G(w)$ à envolvente (12 dBm).	50
Figura 38 - Módulo e Fase do filtro $G(w)$ à 2ª harmónica (12 dBm).	50
Figura 39 - Efeito do linearizador (3ª ordem) – 12dBm.....	51
Figura 40 - Efeito do linearizador (5ª ordem) – 12dBm.....	52

Lista de Acrónimos

PA	Power Amplifier
AM	Amplitude Modulation
RF	Radio Frequency
ADS	Advanced Design System
IMD	Intermodulation Distortion
IMD3	Third Order Intermodulation Distortion
IMD5	Fifth Order Intermodulation Distortion
CDMA	Code Division Multiple Access
IF	Intermediate Frequency
BB	Base Band

Capítulo 1 – Introdução

1.1 Motivação

O amplificador de potência (PA) assume nos sistemas de telecomunicações actuais uma enorme importância sendo a distorção introduzida por este, devido às suas não-linearidades, um factor determinante na qualidade do sinal. Não admira, portanto, que seja constantemente alvo de inúmeros trabalhos de investigação, como demonstra a vasta quantidade de modelos existentes [1,2]. Estes não são mais que uma representação matemática e a sua utilidade reside no facto de ser assim possível avaliar, numa primeira fase, o impacto dos amplificadores de potência nas arquitecturas em que vão ser inseridos. Os modelos podem ser divididos em dois grandes grupos, dependendo da forma como é efectuada a extracção dos seus parâmetros: físicos e empíricos. O modelo físico implica um conhecimento detalhado do circuito do amplificador de potência, sendo bastante preciso. Contudo, quando implementado num simulador, conduz a tempos de simulação bastante elevados. Por seu lado, os modelos empíricos (ideais para simulação) não assumem *a priori* qualquer conhecimento da estrutura interna do amplificador de potência, sendo obtidos com base em observações da entrada e saída do PA (comportamento do PA). Sendo assim, a precisão deste tipo de modelos depende bastante da topologia escolhida, bem como da forma como é efectuada a extracção dos seus parâmetros.

Do mesmo modo que o conhecimento do comportamento do amplificador de potência é extremamente importante, também é inegável a, cada vez maior, necessidade da existência de modelos de linearizadores para amplificadores de potência. Um amplificador que seja linear permite a utilização de técnicas de modulação de envolvente não constante, que ocupam uma menor largura de banda do que as de envolvente constante e, assim, conduzem a uma utilização muito mais eficiente desse recurso, cada vez mais saturado e limitado, que é o espectro electromagnético.

Assim, o objectivo principal desta dissertação de mestrado é, partindo de um modelo comportamental [3] (de valor reconhecido) de um amplificador de potência, obter o respectivo modelo do linearizador. Deve assim ser possível criar (digitalmente) um sinal que quando aplicado a um amplificador de potência resulte num sinal linear na saída deste.

1.2 Estado da Arte

Um amplificador de potência é normalmente caracterizado por diversos factores de mérito, tais como: potência de saída, rendimento de potência adicionada, rendimento de conversão, linearidade, entre outros [4]. Assim, por exemplo, no caso de um transmissor de AM (envolvente não constante) o amplificador de potência deve ser o mais linear possível sob o risco de, qualquer não linearidade introduzida por este, resultar numa consequente perda de informação. Contudo, um amplificador que seja projectado para ser linear é normalmente ineficiente, isto é, possui um rendimento de conversão baixo; quer isto dizer que grande parte da potência que o amplificador consome (P_{DC}) não é convertida em sinal de rádio frequência (P_{RF}). Face à impossibilidade de cumprir, em simultâneo, com as especificações normalmente impostas, estes dois factores de mérito (linearidade e rendimento de conversão) durante a fase de projecto, a solução passa por recorrer a técnicas de linearização. Estas são aplicadas, normalmente através da adição de componentes externos, a um amplificador de potência que já é bastante eficiente, resultando assim num amplificador que é simultaneamente linear e eficiente. De seguida será efectuada uma apresentação muito breve das técnicas de linearização[5] mais importantes .

1.2.1 Pré-Distorção

A ideia subjacente à pré-distorção é a de criar, ou gerar, distorção num dispositivo normalmente designado de pré-distorçor que, de algum modo, irá compensar a distorção inserida pelo amplificador de potência (Figura 1).

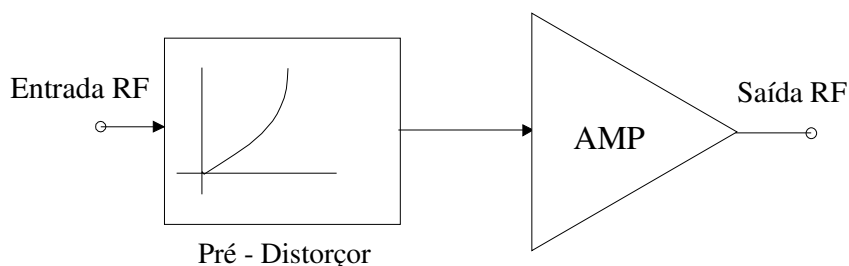


Figura 1 - Diagrama de blocos de um sistema de pré-distorção.

O pré-distorçor deve operar com uma potência baixa, de forma a que o conjunto “pré-distorçor + amplificador” apresente ainda um rendimento de conversão elevado. A Pré-Distorção é das técnicas de linearização mais utilizadas e não apresenta problemas de

estabilidade, uma vez que é um tipo de configuração em malha aberta. O módulo de pré-distorção pode ser implementado nos andares de rádio-frequência (RF), frequência (FI) intermédia ou banda-base (BB).

De seguida é apresentada a estrutura de um linearizador digital (BB). A ideia consiste em gerar digitalmente o sinal de pré-distorção, que, quando aplicado ao amplificador de potência, resulta num sinal linear na sua saída. Para isso é necessária a existência de modelos adequados de linearizadores, ou, dito de outra forma, modelos que sejam inversos dos obtidos para os amplificadores. A Figura 2 mostra o diagrama de blocos de um pré-distorçor digital adaptativo [6].

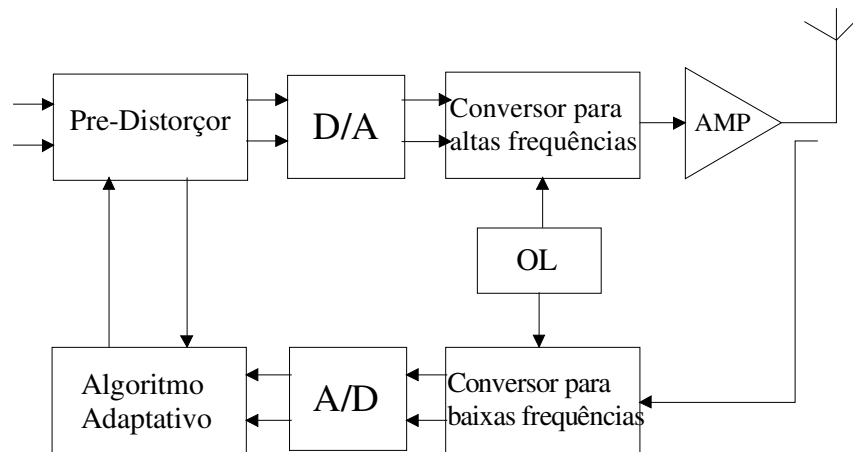


Figura 2 - Linearizador digital.

O sinal à saída do pré-distorçor é obtido através da multiplicação do sinal original (BB) pelos coeficientes do pré-distorçor. De seguida o sinal resultante (digital) é convertido no correspondente sinal analógico a que se segue a sua conversão para uma frequência superior e a consequente aplicação ao amplificador de potência. Uma vez que este linearizador é adaptativo, é necessário estar constantemente a monitorizar a saída. Assim, o sinal de saída (apenas uma fracção) do amplificador é convertido para uma frequência inferior procedendo-se depois à sua digitalização. É com base neste sinal que os coeficientes do pré-distorçor vão sendo actualizados. Por norma, a maioria dos linearizadores digitais apresentam a estrutura da Figura 2, sendo que as maiores diferenças se observam no bloco que implementa o algoritmo adaptativo ou na complexidade e hardware da realização das operações do pré-distorçor.

1.2.2 Feedforward

Um diagrama de blocos típico da técnica de linearização por *feedforward* encontra-se representado na Figura 3.

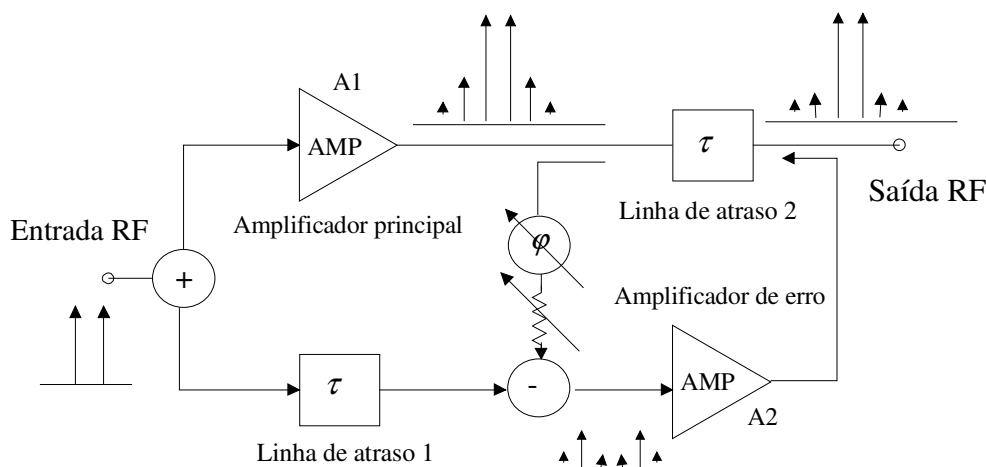


Figura 3 - Diagrama de blocos de um sistema de *feedforward*.

O sinal de entrada (linear) é dividido em dois ramos. No ramo superior encontra-se o amplificador de potência (amplificador principal) que vai amplificar o sinal e simultaneamente introduzir distorção. O sinal resultante é amostrado, atrasado (φ) e atenuado. No ramo inferior o sinal de entrada é atrasado de 180° (linha de atraso 1) e posteriormente combinado com o sinal de saída do amplificador de potência (depois de atrasado e atenuado) por forma a que à entrada do amplificador de erro só existam componentes de distorção. Estas, depois de devidamente amplificadas, são combinadas com o sinal de saída (devidamente atrasado) do amplificador de potência. Note-se que a linha de atraso 2 tem como objectivo compensar o atraso introduzido pelo amplificador de erro. Este deve ser o mais linear possível por forma a não introduzir novas componentes de distorção, funcionando normalmente em classe A sendo, por isso, pouco eficiente. O facto de conseguir bons níveis de cancelamento de distorção mesmo para sinais de banda larga e multi-portadora torna esta técnica bastante popular e atractiva. No entanto, a presença de um número considerável de componentes torna o amplificador resultante volumoso, pesado e, por vezes até, pouco eficiente. Para além disso, este sistema, em particular o amplificador de erro e as linhas de atraso, são bastante sensíveis ao envelhecimento e variações térmicas, o que é claramente uma desvantagem.

1.2.3 Feedback

A realimentação (*Feedback*) é por demais conhecida dos sistemas de controlo e sistemas electrónicos de diversas áreas, podendo também ser aplicada à linearização de amplificadores de potência. O diagrama de blocos de um sistema com realimentação negativa encontra-se representado na figura seguinte.

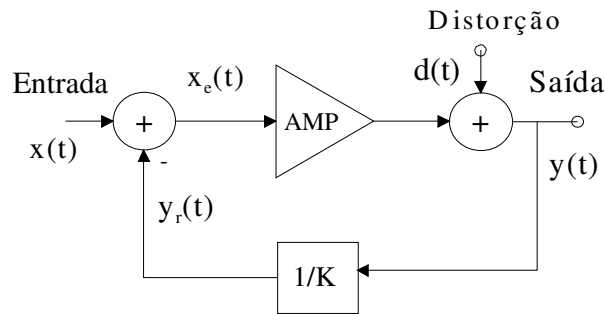


Figura 4 - Diagrama de blocos de um sistema de *feedback*.

Na Figura 4 estão representados: um amplificador de potência ideal (linear), uma fonte de distorção e uma malha de realimentação. A distorção é modelada através de uma fonte externa, embora na prática esta esteja associada ao amplificador de potência.

À saída do sistema obtém-se:

$$y(t) = Ax_e(t) + d(t) \quad (1.1)$$

Em que $x_e(t)$, sinal de erro, é dado por:

$$x_e(t) = x(t) - y_r(t) \quad (1.2)$$

e A é o ganho do amplificador.

Quanto ao sinal de realimentação, obtém-se através de:

$$y_r(t) = \frac{y(t)}{K} \quad (1.3)$$

sendo K o factor de realimentação.

Combinando as equações (1.1), (1.2) e (1.3) vem:

$$y(t) = \frac{K[Ax(t) + d(t)]}{K + A} \quad (1.4)$$

Considerando que o ganho do amplificador é muito maior que o factor de realimentação, isto é, $A \gg K$, a expressão anterior simplifica-se resultando em

$$y(t) = Kx(t) + \frac{Kd(t)}{A} \quad (1.5)$$

Significa isto que a distorção gerada pelo amplificador é reduzida de um factor de $\frac{K}{A}$ devido à acção da malha de realimentação. Note-se, contudo, que esta diminuição da distorção é conseguida à custa da diminuição do ganho, o que é, desde logo, uma desvantagem desta técnica. No entanto, o principal problema das técnicas de linearização por *feedback* é garantir a estabilidade do sistema. Para isso, e tendo em conta a equação (1.4), a seguinte condição tem que se verificar:

$$K(\omega) + A(\omega) \neq 0 \quad (1.6)$$

Na realidade, a condição anterior só se verifica para larguras de banda muito pequenas, uma vez que a variação da fase de $A(\omega)$, com a frequência, é bastante elevada. É também preciso não esquecer que a realimentação é efectuada com um sinal de frequência elevada (RF). Nesta situação o comprimento de onda é da ordem das dimensões do circuito, daí que os atrasos registados na malha de realimentação não possam ser desprezados. Ora, todos estes factores em conjunto tornam difícil o controlo da fase do sistema. Sendo assim, esta técnica, tal como foi apresentada, é de difícil implementação na linearização de amplificadores de potência. Uma possível alternativa passa por utilizar como sinal de realimentação, não o sinal RF modulado, mas sim a envolvente do mesmo [7].

Das técnicas de linearização anteriormente apresentadas a Pré-Distorção apresenta uma vantagem evidente. É a única que não opera directamente na saída do amplificador (potência elevada), trabalhando assim com sinais de potência inferior; isto não se verifica

nas técnicas de *Feedback* e *Feedforward*. Para além disso não apresenta restrições de largura de banda, algo que, como já se viu, é impensável na técnica de *feedback*. Para finalizar refira-se que a técnica de *Feedforward* não possui problemas de estabilidade nem de limitações de largura de banda, conseguindo valores de cancelamento bastante bons. Contudo, a complexidade associada e a reduzida eficiência, entre outros factores, tornam muitas vezes esta solução inviável. Refira-se ainda que é com base na técnica de Pré-Distorção que será desenvolvido o modelo do linearizador (Capítulo 4).

1.3 Objectivos

Dada a importância que tem a linearização nos sistemas de telecomunicações actuais, nomeadamente no caso particular dos amplificadores de potência, o objectivo principal desta dissertação de mestrado é a obtenção de um modelo de um linearizador para estes dispositivos. Para isso, vai-se recorrer a um modelo comportamental de um amplificador de potência [3] com vista à obtenção da sua inversa (linearizador) através da definição da cascata de dois sistemas e tendo como base matemática as séries de *Volterra*. Na cascata, o sistema que antecede o amplificador é normalmente designado de pré-distorçor (Ponto 1.2.1). Este modelo deve poder ser implementado num simulador não linear e assim permitir gerar o sinal de pré-distorção digitalmente. Com vista a atingir estes objectivos foram definidas algumas etapas intermédias:

- Formulação do modelo do linearizador.
- Validação do modelo, obtida através de simulações.
- Introdução de melhorias no modelo.
- Teste do linearizador na presença de um amplificador de potência.

De realçar que, muito embora o modelo utilizado para o amplificador apenas possua 3ª ordem, vai-se concluir, adiante, da necessidade de incluir no linearizador ordens superiores à 3ª (pré-distorçor de 5ª ordem) por forma a eliminar componentes indesejadas, produzidas pela cascata (“linearizador + amplificador”). De acordo com o conhecimento do autor, a inclusão da 5ª ordem no modelo do pré-distorçor é original, não se conhecendo, até à data, qualquer publicação que aborde este assunto.

1.4 Estrutura da Dissertação

Com vista a atingir os objectivos definidos no ponto anterior esta dissertação encontra-se organizada, tal como se mostra de seguida:

Capítulo 1 – Enquadramento, motivação e estado da arte. São definidos o objectivo principal e as etapas necessárias para atingir o mesmo.

Capítulo 2 – Apresentação das principais características dos sistemas não lineares, sendo dada maior relevância, como é óbvio, ao amplificador de potência. Seguem-se os métodos de modelação destes dispositivos, com destaque para as séries de *Volterra*.

Capítulo 3 – Modelo comportamental do amplificador de potência. Fases mais relevantes do seu desenvolvimento. Este modelo servirá de suporte aos capítulos seguintes.

Capítulo 4 – Formulação do modelo do linearizador tendo por base o modelo comportamental do amplificador de potência. Validação do modelo obtido, por simulação, usando sinais com dois tons e sinais CDMA. O modelo (do amplificador) utilizado na simulação, e que se pretende inverter, não resulta de uma extracção efectuada em laboratório, permitindo, no entanto, tirar algumas conclusões quanto ao bom funcionamento do pré-distorçor.

Capítulo 5 – Validação do modelo do linearizador para o caso em que este é aplicado ao modelo de uma amplificador de potência, cuja extracção dos parâmetros foi efectuada em laboratório.

Capítulo 6 – Apresentação dos resultados obtidos e objectivos alcançados. Sumário dos capítulos anteriores e conclusões. Sugestões para trabalho futuro e possíveis melhorias a este trabalho.

Capítulo 2 – Características Não Lineares dos Amplificadores de Potência

Este capítulo pretende fazer uma introdução às características mais importantes dos amplificadores de potência e que um modelo comportamental deve ser capaz de representar. Inicialmente é efectuada uma classificação genérica dos sistemas a que se segue um caso particular, como é o amplificador de potência, e cujo modelo, que se pretende linearizar, é apresentado no Capítulo 3.

2.1 Classificação de Sistemas Não Lineares

Um sistema não linear pode ser classificado de diversas formas: com memória (dinâmico) ou sem, variante ou invariante no tempo. Antes de mais, é importante perceber-se a diferença entre um sistema linear e um sistema não linear.

2.1.1 Linear/ Não Linear

Um sistema é linear se satisfaz simultaneamente o princípio da proporcionalidade e da sobreposição. Isto é, um sistema caracterizado por:

$$y(t) = S[x(t)], \quad (2.1)$$

$$y_1(t) = S[x_1(t)], \quad (2.2)$$

$$y_2(t) = S[x_2(t)], \quad (2.3)$$

diz-se linear se e só se:

$$y(t) = S[k_1 x_1(t) + k_2 x_2(t)] = k_1 y_1(t) + k_2 y_2(t) \quad (2.4)$$

Qualquer sistema que não satisfaça a equação (2.4) diz-se não linear.

2.1.2 Com Memória/ Sem Memória

Um sistema que reage instantaneamente à sua entrada, ou, dito de outra forma, a saída deste no instante t_1 , $y(t_1)$, depende apenas da entrada $x(t_1)$, diz-se de memória nula. Em

oposição, existem os sistemas dinâmicos, ou de memória não nula, em que a saída destes no instante t_1 , $y(t_1)$, depende não só da entrada no mesmo instante, mas também do seu passado, isto é, $x(t \leq t_1)$.

2.1.3 Variante/ Invariante

Um sistema caracterizado pela equação (2.1) diz-se invariante no tempo se a resposta deste à entrada $x(t + \tau)$ é:

$$y(t + \tau) = S[x(t + \tau)] \quad (2.5)$$

Um sistema variante no tempo é qualquer um que não satisfaz a equação anterior.

2.2 Efeitos Não Lineares em Amplificadores de Potência

No ponto anterior (Ponto 2.1) efectuou-se a classificação de um sistema genérico. Um amplificador de potência é, normalmente, um sistema não linear com memória e variante no tempo. Relativamente à memória [11], diga-se que esta pode ter constantes de tempo curtas (*short-term*) e/ou constantes de tempo longas (*long-term*). Dito de outra forma, um amplificador de potência cuja constante de tempo associada à sua resposta impulsional (τ) seja próxima de T_c (período da portadora) apenas possui efeitos de memória de curta duração (*short-term*), uma vez que $T_c \ll T_m$ (período da envolvente). Por seu turno, os dois tipos de efeito de memória surgem simultaneamente num amplificador se o período da envolvente for comparável com as constantes de tempo da resposta impulsional. Este tipo de efeitos é atribuído a diversos factores. Assim, enquanto que as malhas de adaptação de entrada e saída são as principais responsáveis pelos efeitos de curta duração, os efeitos de longa duração são atribuídos a factores, tais como: elevado factor de qualidade das malhas de adaptação de entrada e saída, circuito de polarização do amplificador, defeitos do semicondutor ou das interfaces geradoras de armadilhas de portadores (“Carrier traps”) e efeitos electro-térmicos. A correcta representação de todos estes efeitos é essencial num modelo comportamental adequado de um amplificador de potência. Diga-se também, de passagem, que os efeitos de memória são os principais responsáveis pela degradação do desempenho dos linearizadores (Capítulo 4).

De seguida apresentam-se dois exemplos de modelos [1] que permitem a representação das perturbações anteriormente apresentadas.

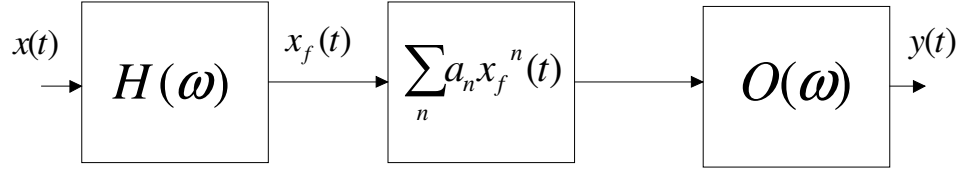


Figura 5 - Modelo *Three-Box* de um amplificador de potência.

O modelo da figura anterior é normalmente designado de *Three-Box* e permite a representação dos efeitos de memória de curta duração através da presença de um filtro linear de entrada, $H(\omega)$, e um filtro linear de saída, $O(\omega)$. Contudo este modelo não permite representar alguns dos efeitos de memória com constantes de tempo longas, sendo para isso necessário uma topologia semelhante à apresentada na Figura 6 [1,8]. Neste caso, recorrendo a uma malha de realimentação (com um filtro incorporado, $F(\omega)$), é possível modelar em simultâneo os efeitos de memória de curta e longa duração; note-se que os efeitos de memória de curta duração continuam a ser também modelados pelos filtros de entrada e de saída.

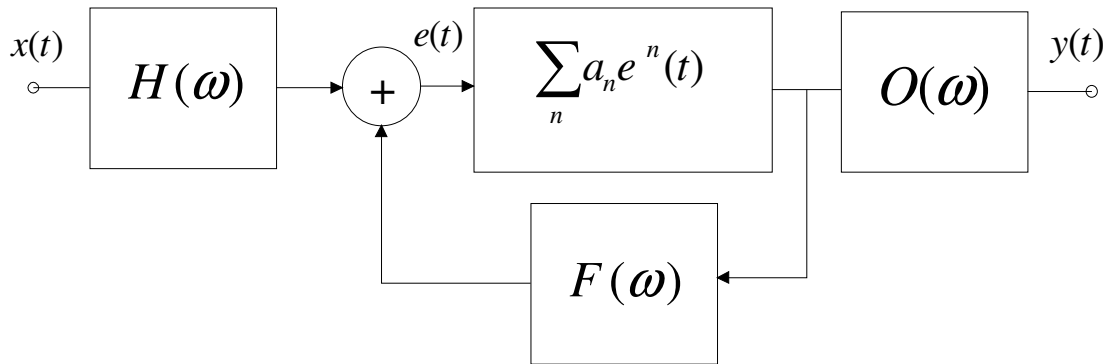


Figura 6 - Topologia, com realimentação, de um amplificador de potência.

Relativamente ao modelo da Figura 6 diga-se ainda que é constituído por uma função polinomial que não considera qualquer efeito de memória, sendo que esta está toda incorporada nos três filtros lineares.

2.3 Séries de Volterra

Nesta secção será efectuada uma apresentação das séries de *Volterra* [9]. Estas são uma técnica analítica que permite a obtenção de formas fechadas para representar a resposta de um sistema não linear, sendo portanto possível a sua utilização na modelação de amplificadores de potência (e linearizadores). Embora bastante poderosas e com capacidade para modelar as não linearidades presentes num amplificador de potência, estas apresentam inúmeras desvantagens quando se pretende efectuar a sua simulação. Na realidade, como se verá mais à frente (Capítulo 3), um amplificador de potência não é uma estrutura tão genérica como as séries de *Volterra* levam a crer. Contudo, esta técnica que pode ser usada directamente no domínio da frequência, será necessária numa fase mais avançada desta dissertação, razão pela qual é aqui apresentada.

As séries de *Volterra* não são mais que uma extensão da teoria dos sistemas lineares aos sistemas não lineares. Assim, enquanto que no caso de um sistema linear:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau = h(t) * x(t) \quad (2.6)$$

isto é, a resposta deste não é mais que a convolução da resposta impulsional do sistema, $h(t)$, com o sinal de entrada, $x(t)$, no caso dos sistemas não lineares esta é dada por:

$$y_{NL}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} y_n(t) \quad (2.7a)$$

em que:

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) \dots x(t-\tau_n) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n \quad (2.7b)$$

sendo que $h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$ é a resposta impulsional de ordem n .

Considerando que o sinal de entrada é definido por:

$$x_i(t) = \frac{1}{2} \sum_{q=-Q}^{q=Q} X_{iq} e^{j\omega_q t} \quad (2.8)$$

Substituindo a equação anterior na equação (2.7), depois de algumas simplificações, vem:

$$y_{NL}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \sum_{q_1=-Q}^Q \dots \sum_{q_n=-Q}^Q X_{iq_1} \dots X_{iq_n} H_n(\omega_{q_1}, \dots, \omega_{q_n}) e^{j(\omega_{q_1} + \dots + \omega_{q_n})t} \quad (2.9)$$

em que $H_n(\omega_{q_1}, \dots, \omega_{q_n})$ é a transformada de *Fourier* multidimensional da resposta impulsional de ordem n , também designada de função de transferência não linear de ordem n . As séries de *Volterra* não são mais do que uma série de *Taylor*,

$$y(t) = a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + \dots + a_n x^n(t) \quad (2.10)$$

com memória, permitindo assim a representação de um sistema não linear dinâmico. A principal desvantagem é que estas apenas permitem a representação de não-linearidades fracas, sofrendo problemas de convergência quando se tenta efectuar a representação de não-linearidades fortes. Embora este conceito não seja de fácil definição, pode-se considerar, como primeira aproximação, que o ponto de compressão 1 dB se encontra na fronteira entre uma não-linearidade fraca e forte. Como é possível verificar pela equação (2.9), as funções de transferência não lineares definem completamente o sistema, daí que seja importante a existência de métodos de determinação destas. De seguida apresentam-se dois métodos possíveis para este efeito: Método das Harmónicas de Entrada e Método das Correntes Não Lineares.

2.3.1 Método das Harmónicas de Entrada

Este método, como o próprio nome indica, permite o cálculo das funções de transferência não lineares de *Volterra* através da excitação do sistema com sinais harmónicos. Mais uma vez esta técnica é uma extensão daquilo que é comum fazer-se

quando se pretende determinar uma função de transferência linear. Assim, se um sistema linear caracterizado por (2.6), for excitado por uma exponencial complexa

$$x(t) = e^{j\omega t} \quad (2.11)$$

então a sua resposta é:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_1(\tau) e^{j\omega t} e^{-j\omega \tau} d\tau = e^{j\omega t} \int_{-\infty}^{+\infty} h_1(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau = H_1(\omega) e^{j\omega t} \quad (2.12)$$

Ou seja, a resposta de um sistema linear, excitado por uma exponencial complexa, é dada pelo produto da sua entrada pela função de transferência linear. Logo, a função de transferência linear, $H_1(\omega)$, pode ser determinada dividindo a resposta do sistema pela exponencial complexa. Esta abordagem pode ser generalizada de modo a permitir o cálculo de funções de transferência não lineares. Por exemplo, para determinar a função de transferência não linear de 2ª ordem, $H_2(\omega_1, \omega_2)$, é necessário excitar o sistema com duas exponenciais complexas. Se

$$x(t) = e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} \quad (2.13)$$

substituindo a equação anterior na equação (2.7) vem:

$$y_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_2(\tau_1, \tau_2) (e^{j\omega_1(t-\tau_1)} + e^{j\omega_2(t-\tau_1)}) (e^{j\omega_1(t-\tau_2)} + e^{j\omega_2(t-\tau_2)}) d\tau_1 d\tau_2 \quad (2.14)$$

o que, depois de algumas simplificações, resulta em:

$$y_2(t) = H_2(\omega_1, \omega_1) e^{j2\omega_1 t} + 2H_2(\omega_1, \omega_2) e^{j(\omega_1 + \omega_2)t} + H_2(\omega_2, \omega_2) e^{j2\omega_2 t} \quad (2.15)$$

Isto mostra que a função de transferência não linear de 2ª ordem pode ser calculada dividindo a componente da saída à frequência $\omega_1 + \omega_2$ por $2!e^{j(\omega_1 + \omega_2)t}$. Não é difícil de

demonstrar que, aplicando n exponenciais complexas, é possível determinar a função de transferência não linear de ordem n .

Assim se:

$$x(t) = \sum_{q=1}^n e^{j\omega_q t} \quad (2.16)$$

a função de transferência não linear de ordem n , $H_n(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$, obtém-se dividindo a componente de saída de $y_n(t)$ à frequência $\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n$ por $n!e^{j(\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n)t}$.

2.3.2 Método das Correntes Não Lineares

O Método das Correntes Não Lineares é outra possibilidade para efectuar o cálculo das funções de transferência. Para que se perceba este método, vai-se recorrer ao circuito da Figura 7.

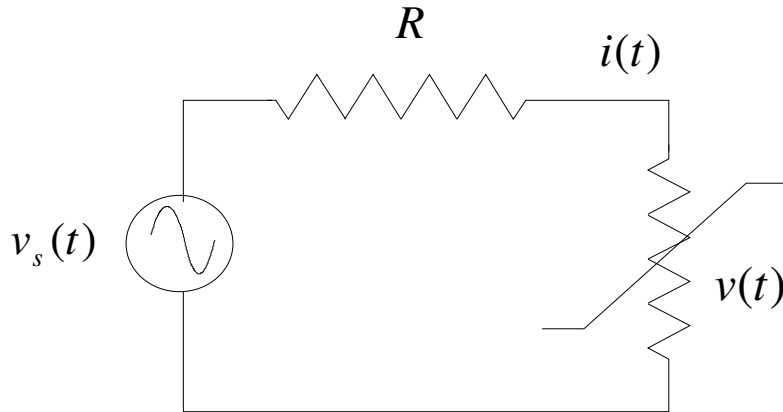


Figura 7 - Circuito com uma não-linearidade.

O Método das Correntes Não Lineares consiste em calcular a corrente não linear no circuito, transformando-o para isso em sub-circuitos independentes sendo que a cada um destes está associado uma excitação distinta.

Sendo a corrente $i(t)$ e a tensão $v(t)$ descritas por:

$$i(t) = g_1 v(t) + g_2 v(t)^2 + g_3 v(t)^3 + \dots \quad (2.17)$$

$$v(t) = v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \dots \quad (2.18)$$

em que $v_i(t)$ é a tensão correspondente à ordem i , então, o circuito da figura anterior pode ser representado na seguinte forma (recorrendo ao teorema da sobreposição).

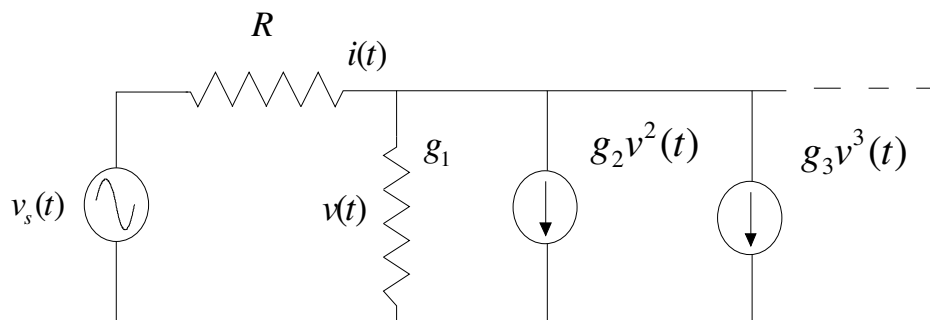


Figura 8 - Circuito equivalente, obtido por aplicação do teorema da sobreposição.

Considerando que $v(t)$ se encontra limitado à 3ª ordem, vem:

$$v^2(t) = v_1^2(t) + 2v_1(t)v_2(t) \quad (2.19)$$

$$v^3(t) = v_1^3(t) \quad (2.20)$$

Note-se que $v^2(t)$ tem apenas 2 termos pois está limitado à 3ª ordem. Assim, para uma entrada sinusoidal, $v_s(t) = e^{j\omega_1 t}$, e assumindo que:

$$v_1(t) = e^{j\omega_1 t} \quad (2.21)$$

$$v_2(t) = e^{j2\omega_1 t} \quad (2.22)$$

$$v_3(t) = e^{j3\omega_1 t} \quad (2.23)$$

Vem então:

$$v_1^2(t) = e^{j2\omega_1 t} \quad (2.24)$$

$$v_1(t)v_2(t) = e^{j3\omega_1 t} \quad (2.25)$$

$$v_2^2(t) = e^{j4\omega_1 t} \quad (2.26)$$

$$v_3^3(t) = e^{j9\omega_1 t} \quad (2.27)$$

Os dois últimos termos não são válidos uma vez que foi efectuada a restrição à 3ª ordem. O próximo passo consiste em transformar o circuito da figura anterior de forma que ordens separadas se encontrem em ramos distintos. Assim sendo, vem:

$$i(t) = i_{lin}(t) + i_2(t) + i_3(t) \quad (2.28)$$

$$i_{lin}(t) = g_1 v(t) = g_1(v_1(t) + v_2(t) + v_3(t)) \quad (2.29)$$

$$i_2(t) = g_2 v_1^2(t) \quad (2.30)$$

$$i_3(t) = 2g_2 v_1(t)v_2(t) + g_3 v_1^3(t) \quad (2.31)$$

Resultando no circuito da figura seguinte

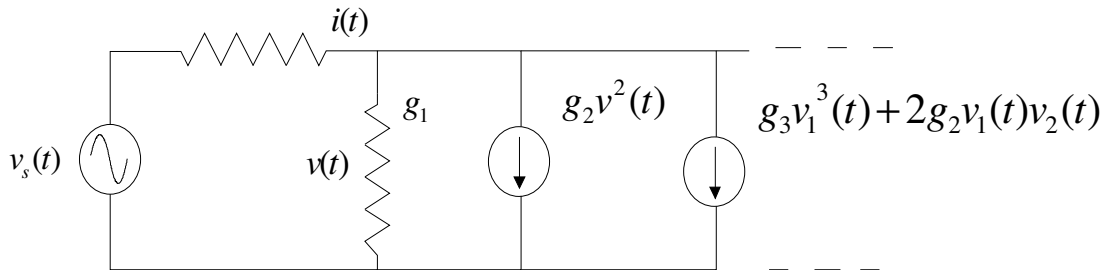


Figura 9 - Circuito para aplicação do Método das Correntes Não Lineares.

Em suma, inicialmente começa-se por efectuar uma análise linear do circuito por forma a calcular a componente linear, $v_1(t)$. De seguida determina-se a componente de 2ª ordem da corrente através de (2.30). Esta componente vai permitir o cálculo de $v_2(t)$, depois de anulado $v_s(t)$ (que só contribui com uma componente de 1ª ordem). O cálculo de $i_3(t)$ é efectuado de forma semelhante. Anulando agora $v_s(t)$ e $i_2(t)$ procede-se ao cálculo de $v_3(t)$. Obtém-se assim

$$v(t) = v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) \quad (2.32)$$

Quanto à obtenção dos operadores não lineares de *Volterra* esta é conseguida considerando que:

$$v(t) = \sum_{q=-Q}^Q V_{s,q} e^{j\omega_q t} \quad (2.33)$$

e por comparação das expressões (2.28), (2.29) e (2.30) com a expressão (2.9).

Capítulo 3 – Modelo Comportamental de um Amplificador de Potência

Depois de efectuada a apresentação de algumas características dos amplificadores de potência e de possíveis soluções para a sua modelação, esta secção é dedicada à apresentação de um modelo, de valor reconhecido, que servirá de suporte à obtenção de um linearizador (modelo) para amplificadores de potência (Capítulo 4). Note-se que a grande maioria dos conteúdos apresentados neste capítulo são excertos de publicações devidamente referenciadas [3, 10, 12], constituindo no entanto uma linha de rumo de extrema importância nesta dissertação, razão pela qual foram aqui introduzidos. Antes de se efectuar a apresentação do modelo é necessário, primeiro, definir alguns conceitos. A grande maioria dos modelos comportamentais de amplificadores de potência é do tipo equivalente passa-baixo, tendo capacidade para efectuar apenas o processamento da envolvente do sinal. Isto é, se:

$$s(t) = \text{Re}\{r(t)e^{j(\omega_0 t + \phi(t))}\} = r(t)\cos[\omega_0 t + \phi(t)] \quad (3.1)$$

for o sinal RF modulado, a sua envolvente complexa, ou sinal equivalente passa-baixo, é dada por:

$$\tilde{s}(t) = r(t)e^{j\phi(t)} \quad (3.2)$$

É sobre este tipo de sinais que os modelos do tipo equivalente passa-baixo actuam. Contudo, este tipo de modelos tem algumas desvantagens. A mais evidente é a impossibilidade da sua introdução num simulador não linear de circuitos, uma vez que estes lidam com sinais reais do tipo passa-banda, ou seja sinais RF modulados. Outro problema deste tipo de modelos diz respeito à incapacidade de entrar em conta com desadaptações na entrada e saída. Assim, um modelo deve, de preferência, ser do tipo passa-banda e ser capaz de representar os efeitos de memória de curta-duração (*short-term*) associados às malhas de adaptação de entrada e saída bem como os efeitos de memória de longa-duração devidos à polarização do transistor, efeitos electro-térmicos e armadilhas de portadores, tal como já foi referido anteriormente. O modelo da figura seguinte (já apresentado na secção 2.2) reúne as características desejadas e constitui a base de toda esta

dissertação. Note-se que, por uma questão de simplicidade, não estão incluídas as malhas de adaptação de entrada e saída.

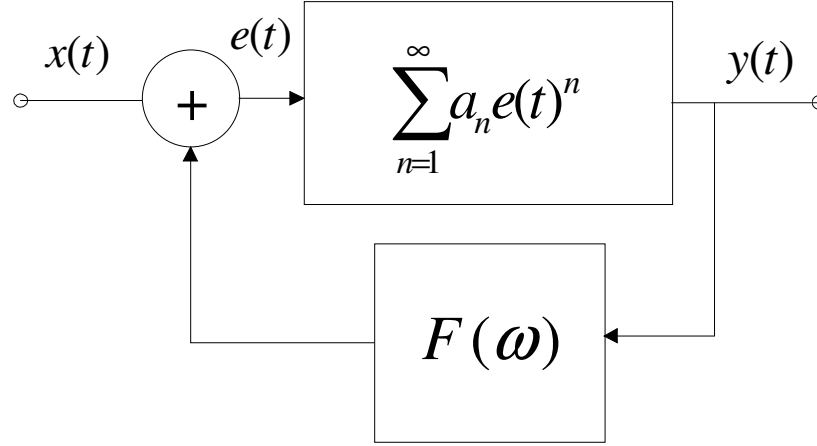


Figura 10 - Modelo simplificado do PA.

Muito sucintamente, o que este modelo afirma é que um amplificador de potência se pode aproximar por uma não-linearidade estática com um filtro linear na malha de realimentação (memória). No entanto, a realimentação pode originar problemas de estabilidade tornando, além disso, a extracção dos parâmetros do modelo muito mais complicada. Uma possível solução para este problema passa por determinar o seu equivalente *feedforward*, através do cálculo dos kernels de *Volterra*. Basicamente consiste em transformar uma estrutura que possui realimentação numa estrutura equivalente em que a “alimentação” é efectuada para a frente, tendo por base a teoria dos sistemas não lineares que refere que a melhor aproximação para um sistema não linear de ordem n , assumindo que este é estável e de memória finita, acontece quando esse sistema é substituído pelos *kernels* de *Volterra* até à ordem n . Segue-se então a determinação dos *kernels* de *Volterra* até à 3ª ordem. Este cálculo tem por base as equações (3.3) e (3.4).

Se:

$$x(t) = \sum_{\omega} X(\omega) e^{j\omega t} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow y(t) = & \sum_{\omega} X(\omega) H_1(\omega) e^{j\omega t} + \sum_{\omega_1} \sum_{\omega_2} X(\omega_1) X(\omega_2) H_2(\omega_1, \omega_2) e^{j(\omega_1 + \omega_2)t} + \dots \\ & + \sum_{\omega_1} \sum_{\omega_2} \dots \sum_{\omega_n} X(\omega_1) X(\omega_2) \dots X(\omega_n) H_n(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) e^{j(\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n)t} \end{aligned} \quad (3.4)$$

3.1 Função de Transferência Não Linear de 1ª ordem

Para se determinar a função de transferência não linear de 1ª ordem, $H_1(\omega)$, aplica-se à entrada do sistema da Figura 10 uma exponencial complexa, $e^{j\omega t}$ (Método das Harmônicas de Entrada). Seja então,

$$x(t) = e^{j\omega t} \quad (3.5)$$

de acordo com o que foi descrito anteriormente (equação 3.4):

$$y(t) = H_1(\omega) e^{j\omega t} + \dots \quad (3.6)$$

Pelo sistema da Figura 10 obtém-se:

$$e(t) = e^{j\omega t} + F(\omega) H_1(\omega) e^{j\omega t} + \dots \quad (3.7)$$

$$y(t) = \sum_n a_n e^n(t) \Rightarrow y(t) = a_1 e(t) + \dots \Rightarrow y(t) = a_1 (e^{j\omega t} + F(\omega) H_1(\omega) e^{j\omega t}) + \dots$$

$$\Leftrightarrow y(t) = e^{j\omega t} (a_1 + F(\omega) H_1(\omega) a_1) + \dots \quad (3.8)$$

$$\Rightarrow H_1(\omega) = \frac{a_1}{1 - F(\omega) a_1} \quad (3.9)$$

3.2 Função de Transferência Não Linear de 2ª ordem

Seguindo novamente o método das Harmônicas de Entrada, aplica-se à entrada um sinal do tipo:

$$x(t) = e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} \quad (3.10)$$

pelo que:

$$y(t) = H_1(\omega_1)e^{j\omega_1 t} + H_1(\omega_2)e^{j\omega_2 t} + 2H_2(\omega_1, \omega_2)e^{j(\omega_1 + \omega_2)t} + \dots \quad (3.11)$$

Pelo sistema obtém-se:

$$e(t) = e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} + F(\omega)H_1(\omega)e^{j\omega_1 t} + F(\omega_2)H_1(\omega_2)e^{j\omega_2 t} + 2F(\omega_1 + \omega_2)H_2(\omega_1, \omega_2)e^{j(\omega_1 + \omega_2)t} + \dots \quad (3.12)$$

Como:

$$y(t) = \sum_n a_n e^n(t) \quad (3.13)$$

$$\Rightarrow y(t) = e^{j(\omega_1 + \omega_2)t} \left[2a_2 + 2a_2 F(\omega_1)H_1(\omega_1) + 2a_2 F(\omega_1)H_1(\omega_1)F(\omega_2)H_1(\omega_2) + \dots \right. \\ \left. + 2a_2 F(\omega_2)H_1(\omega_2) + 2a_1 F(\omega_1 + \omega_2)H_2(\omega_1, \omega_2) \right] \quad (3.14)$$

$$\Rightarrow H_2(\omega_1, \omega_2)[1 - a_1 F(\omega_1 + \omega_2)] = a_2 [1 + F(\omega_1)H_1(\omega_1) + F(\omega_1)H_1(\omega_1)F(\omega_2)H_1(\omega_2) + F(\omega_2)H_1(\omega_2)] \quad (3.15)$$

Depois de algumas simplificações e considerando,

$$D(\omega) = 1 - a_1 F(\omega) \quad (3.16)$$

obtém-se a função de transferência não linear de 2ª ordem:

$$H_2(\omega_1, \omega_2) = \frac{a_2}{D(\omega_1)D(\omega_2)D(\omega_1 + \omega_2)} \quad (3.17)$$

3.3 Função de Transferência Não Linear de 3ª ordem

Seguindo a mesma linha de raciocínio é possível determinar a função de transferência não linear de 3ª ordem do sistema da Figura 10. Neste caso, é aplicado à entrada do sistema um sinal constituído por três exponenciais complexas.

Seja então,

$$x(t) = e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} + e^{j\omega_3 t} \quad (3.18)$$

Depois dos cálculos efectuados (Anexo 1) obtém-se a função de transferência não linear de 3ª ordem, sendo esta descrita por:

$$H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \frac{1}{D(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)D(\omega_1)D(\omega_2)D(\omega_3)} \left\{ a_3 + \frac{2}{3} a_2^2 \left[\frac{F(\omega_1 + \omega_2)}{D(\omega_1 + \omega_2)} + \frac{F(\omega_1 + \omega_3)}{D(\omega_1 + \omega_3)} + \frac{F(\omega_2 + \omega_3)}{D(\omega_2 + \omega_3)} \right] \right\} \quad (3.19)$$

Depois de determinadas as funções de transferência não lineares até à 3ª ordem, é possível obter uma topologia *feedforward* que represente os três *kernels* anteriormente determinados [3]. Na Figura 11 encontra-se representado o modelo correspondente.

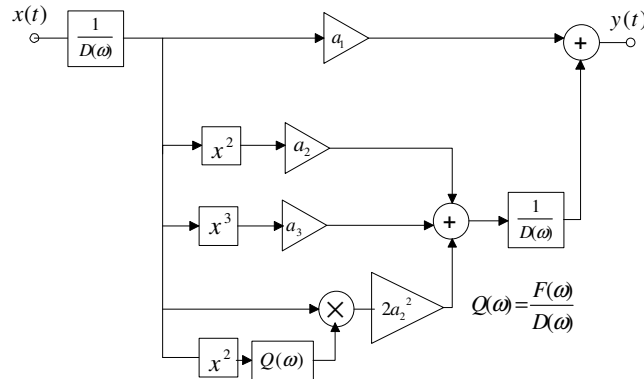


Figura 11 - Modelo não recursivo de 3ª ordem do PA [3].

Seguindo o mesmo raciocínio é possível obter os *kernels* de 4ª e 5ª ordem. Contudo, o seu cálculo, não é aqui apresentado sendo possível a sua consulta na seguinte referência [12]. Como é óbvio, à medida que se aumenta a ordem do *kernel*, a complexidade do seu cálculo, bem como da topologia associada, cresce bastante. A comprovar isto, encontra-se representada na Figura 12 a estrutura associada ao *kernel* de 5ª ordem [12].

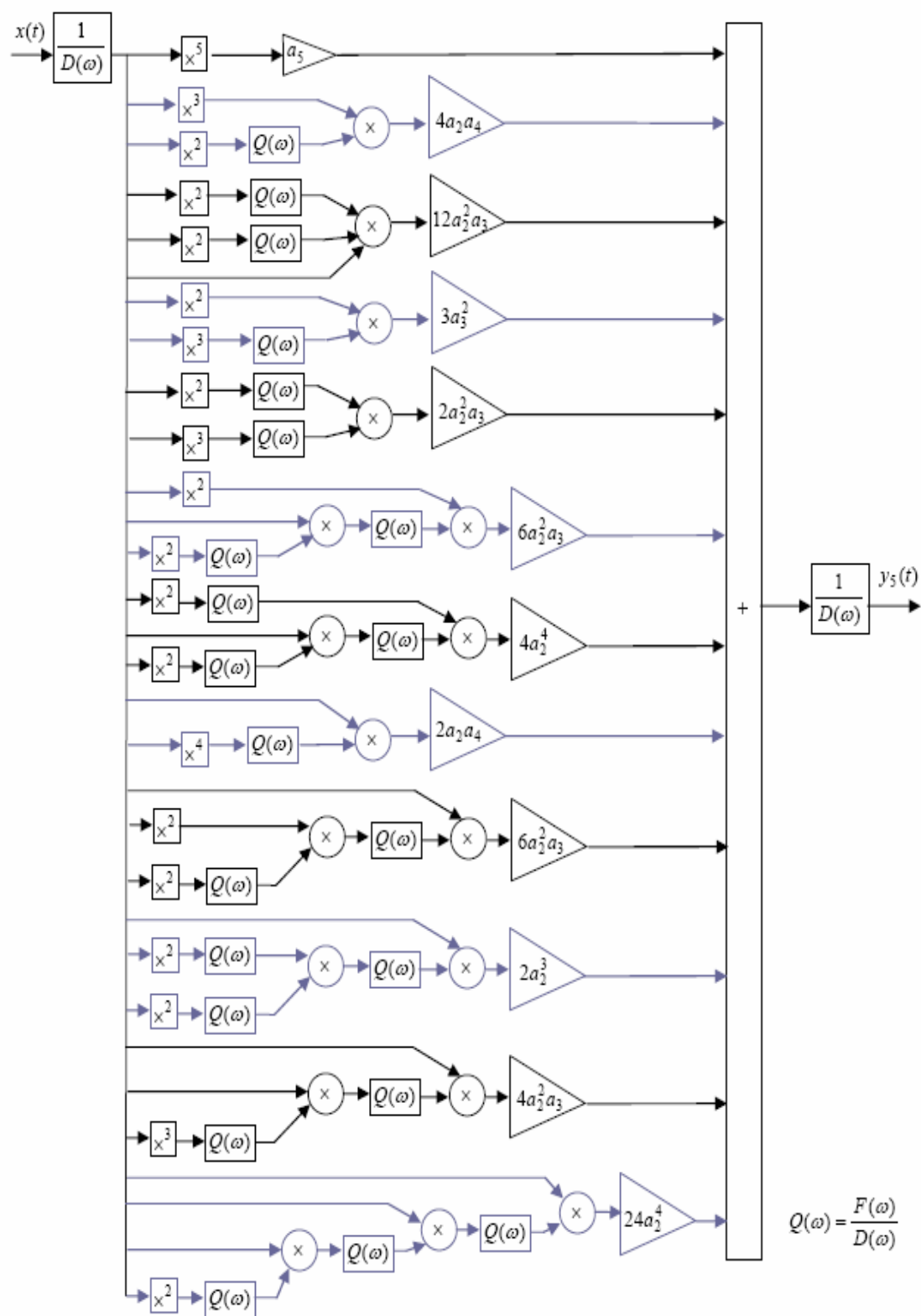


Figura 12 - Topologia do Kernel de 5ª ordem [12].

3.4 Simplificação do Modelo *FeedForward*

O conhecimento de algumas características comportamentais de um amplificador de potência permite simplificar o modelo da Figura 11, tal como foi descrito em [3]. A primeira, e provavelmente mais óbvia, consiste em retirar ao modelo o *kernel* de 2ª ordem, uma vez que este gera componentes fora da banda. Outra simplificação possível consiste em considerar que o amplificador de potência é excitado por sinais de banda estreita, ou, dito de outra forma, a largura de banda deste é muito maior que a largura de banda do sinal de excitação. Nesta situação o amplificador tem um comportamento que é aproximadamente *flat* à fundamental e, assim sendo, $1/D(\omega)$ é também *flat*, tal como $F(\omega)$ e $Q(\omega)$, nessa banda. Desde já, tendo em conta o que foi dito, é possível efectuar algumas modificações ao modelo. O modelo de 3ª ordem simplificado encontra-se representado na Figura 13.

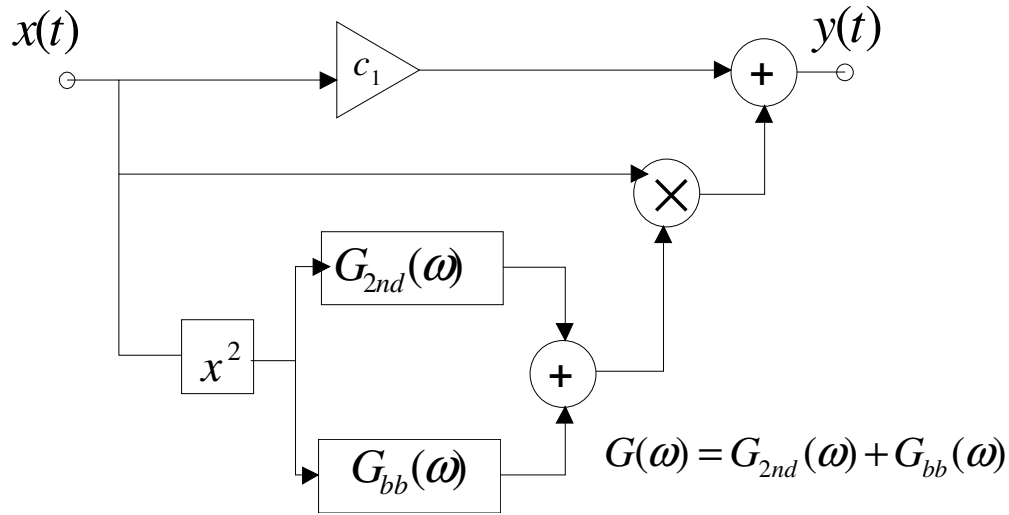


Figura 13 - Modelo de 3ª ordem simplificado [3].

Comparando este modelo com o da Figura 11 é possível observar que o *kernel* de 2ª ordem foi retirado e se introduziu um novo filtro $G(\omega)$. Na realidade, este filtro resultou da integração do termo $2a_2^2$ em $Q(\omega)$, bem como do ramo de a_3 , uma vez que este não tem memória e, por isso, só contribui com uma constante. Contudo, na figura anterior, este filtro encontra-se dividido em dois ($G_{2nd}(\omega)$ e $G_{bb}(\omega)$), uma vez que o bloco de x^2 é excitado sempre à fundamental e o filtro $G(\omega)$ apenas actua à banda-base e à 2ª harmónica. Com a apresentação do modelo comportamental de um amplificador de

potência fecha-se este capítulo. Embora não tivesse sido efectuada a extracção dos parâmetros do modelo (nem a sua validação) verifica-se, através da consulta das publicações referenciadas [3,10], que os resultados obtidos com este se encontram muito próximos daquilo que é o real comportamento de um amplificador de potência. É com base neste modelo que será deduzido o modelo para o linearizador no capítulo seguinte.

Capítulo 4 – Dedução do Modelo do Linearizador

4.1 – Formulação do modelo do Linearizador

No capítulo anterior apresentou-se um modelo de um amplificador de potência que resultou da topologia da Figura 10. O modelo sofreu diversas simplificações, mas, ainda assim, prova-se que a estrutura da Figura 13 é capaz de representar, de uma forma adequada, as não-linearidades (e dinâmica) presentes num amplificador de potência [3]. Pretende-se agora, linearizar o sistema referido recorrendo para isso à técnica de linearização de pré-distorção, apresentada na secção 1.2.1. A formulação do modelo do pré-distorçor será efectuada, tendo por base que este não passa de um sistema que é colocado em cascata com o amplificador. O estudo da cascata de dois sistemas pode ser efectuado recorrendo às séries de *Volterra*, tal como se apresenta de seguida.

4.1.1 Cascata de dois sistemas Não-Lineares (3ª ordem)

A figura seguinte apresenta a cascata de dois sistemas não lineares, sendo estes descritos por funções de transferência não lineares de *Volterra*. Pretende-se determinar as funções de transferência não lineares de *Volterra*, até à 3ª ordem, do sistema resultante. O sistema A é caracterizado pelas funções de transferência: $H_1^A(\omega_1)$, $H_2^A(\omega_1, \omega_2)$, $H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$, enquanto que o sistema B é caracterizado por: $H_1^B(\omega_1)$, $H_2^B(\omega_1, \omega_2)$, $H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$.

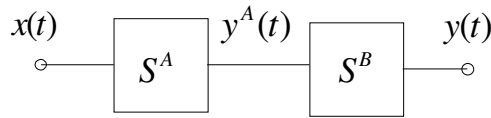


Figura 14 - Cascata de dois sistemas não lineares.

Para determinar as funções de transferência que descrevem a cascata, utiliza-se novamente o método das Harmónicas de Entrada. As funções de transferência de primeira, segunda e terceira ordem são apresentadas de seguida:

$$H_1(\omega) = H_1^A(\omega)H_1^B(\omega) \quad (4.1)$$

$$H_2(\omega_1, \omega_2) = H_2^B(\omega_1, \omega_2)H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_2) + H_1^B(\omega_1 + \omega_2)H_2^A(\omega_1, \omega_2) \quad (4.2)$$

$$H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_2)H_1^A(\omega_3)H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_3) + H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3)H_1^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) + \dots$$

$$+ \frac{2}{3} \left[H_1^A(\omega_3)H_2^A(\omega_1, \omega_2)H_2^B(\omega_1 + \omega_2, \omega_3) + H_1^A(\omega_2)H_2^A(\omega_1, \omega_3)H_2^B(\omega_1 + \omega_3, \omega_2) + \dots \right]$$

$$+ H_2^A(\omega_2, \omega_3)H_1^A(\omega_1)H_2^B(\omega_2 + \omega_3, \omega_1) \quad (4.3)$$

A dedução destas fórmulas encontra-se apresentada em anexo (Anexo 2). Estão, então, determinadas as funções de transferência não lineares, até à 3ª ordem, da cascata de dois sistemas.

4.1.2 Modelo do Linearizador (3ª ordem)

Depois de calculados os *kernels* de *Volterra* (até à 3ª ordem) para a cascata de dois sistemas, uma forma de conseguir com que esta seja linear, e de ganho igual ao ganho linear do amplificador de potência original, consiste em garantir que se verificam as seguintes condições na cascata:

$$\begin{cases} H_1(\omega) = H_1^B(\omega) \\ H_2(\omega_1, \omega_2) = 0 \\ H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = 0 \end{cases} \quad (4.4)$$

No caso, o sistema que se pretende linearizar (sistema B) é o da Figura 13, que não é mais que um modelo simplificado de um amplificador de potência. De seguida, apresenta-se o cálculo das funções de transferência não lineares de *Volterra*, até à 3ª ordem, do modelo do amplificador de potência. Estas serão depois substituídas no sistema de equações (4.4), o que permite a obtenção dos *kernels* de *Volterra* do pré-distorçor até à 3ª ordem. Analisando a Figura 13, vem:

$$\text{Se } x(t) = e^{j\omega t} \quad (4.5)$$

$$\Rightarrow y(t) = e^{j2\omega_1 t} G(2\omega_1) e^{j\omega_1 t} + c_1 e^{j\omega_1 t} \Rightarrow H_1^B(\omega) = c_1 \quad (4.6)$$

$$\text{Se } x(t) = e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow y(t) &= (e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t})^2 G(\omega)(e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t}) + c_1 e^{j\omega_1 t} + c_1 e^{j\omega_2 t} \\ &= e^{j2\omega_1 t} [G(2\omega_1) + 2e^{j(\omega_1 + \omega_2)t} G(\omega_1 + \omega_2) + e^{j2\omega_2 t} G(2\omega_2)] (e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t}) + c_1 e^{j\omega_1 t} + c_1 e^{j\omega_2 t} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Como não existe nenhuma componente associada à frequência $\omega_1 + \omega_2$, conclui-se que:

$$H_2^B(\omega_1, \omega_2) = 0 \quad (4.9)$$

o que já era de esperar uma vez que o modelo do amplificador da Figura 13 não possui 2ª ordem.

$$\text{Se } x(t) = e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} + e^{j\omega_3 t} \quad (4.10)$$

$$\Rightarrow y(t) = (e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} + e^{j\omega_3 t})^2 G(\omega)(e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} + e^{j\omega_3 t}) + c_1 (e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} + e^{j\omega_3 t}) \quad (4.11)$$

O que depois de algumas simplificações resulta em:

$$y(t) = e^{j(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t} [2G(\omega_1 + \omega_2) + 2G(\omega_1 + \omega_3) + 2G(\omega_2 + \omega_3)] + \dots \quad (4.12)$$

$$\Rightarrow H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \frac{1}{3} [G(\omega_1 + \omega_2) + G(\omega_1 + \omega_3) + G(\omega_2 + \omega_3)] \quad (4.13)$$

Substituindo os *kernels* de *Volterra* (H^B), anteriormente calculados, no sistema de equações (4.4) e tendo em conta as equações (4.1), (4.2) e (4.3), bem como a condição $H_1^A(\omega) = 1$ (componente linear do pré-distorçor é unitária), obtém-se:

$$H_2^A(\omega_1, \omega_2) = 0 \quad (4.14)$$

Falta apenas determinar a função de transferência não linear de 3ª ordem do pré-distorçor, sendo esta obtida tal como se mostra de seguida:

$$\begin{aligned}
 0 &= H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_3) + H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3)H_1^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) \\
 \Leftrightarrow H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3) &= -\frac{1}{3c_1} [G(\omega_1 + \omega_2) + G(\omega_1 + \omega_3) + G(\omega_2 + \omega_3)]
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Estando determinadas as funções de transferência não lineares do pré-distorçor até à 3ª ordem, deduziu-se a estrutura do modelo feedforward resultante, que possui como *kernels* de Volterra $H_1^A(\omega)$, $H_2^A(\omega_1, \omega_2)$ e $H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$. Este esquema é apresentado na Figura 15.

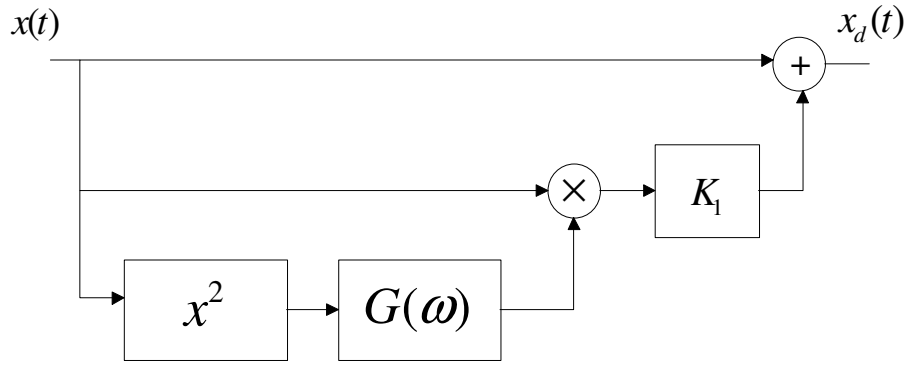


Figura 15 - Modelo do Linearizador (cancela 3ª ordem).

Note-se que, como a função de transferência linear, $H_1^A(\omega)$, é unitária isto reflecte-se no modelo anterior através da introdução de um ramo directo. Todos os ramos restantes, nos quais estão incluídos: o quadrador, o filtro $G(\omega)$ (que é o mesmo do modelo do amplificador) e a constante K_1 , dizem respeito à função de transferência não linear de 3ª ordem. Assim, para que o modelo do pré-distorçor para a 3ª ordem fique completo é necessário proceder à determinação de K_1 , tal como se segue.

Seja

$$x(t) = e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} + e^{j\omega_3 t} \tag{4.16}$$

Após o quadrador e o filtro obtém-se:

$$\begin{aligned}
 (e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} + e^{j\omega_3 t})^2 G(\omega) &= \dots \\
 &= 2G(\omega_1 + \omega_2)e^{j(\omega_1 + \omega_2)t} + 2G(\omega_1 + \omega_3)e^{j(\omega_1 + \omega_3)t} + 2G(\omega_2 + \omega_3)e^{j(\omega_2 + \omega_3)t} + \dots
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

À saída do sistema:

$$y(t) = 2K_1 e^{j(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t} [G(\omega_1 + \omega_2) + G(\omega_1 + \omega_3) + G(\omega_2 + \omega_3)] + \dots \tag{4.18}$$

sendo que, a função de transferência de 3ª ordem em função de K_1 é:

$$H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \frac{K_1}{3} [G(\omega_1 + \omega_2) + G(\omega_1 + \omega_3) + G(\omega_2 + \omega_3)] \tag{4.19}$$

Ora, como é óbvio, as equações (4.19) e (4.15) terão que ser iguais, o que permite a determinação de K_1 .

$$\frac{K_1}{3} = -\frac{1}{3c_1} \Leftrightarrow K_1 = -\frac{1}{c_1} \tag{4.20}$$

O conjunto “pré-distorçor + amplificador” é apresentado na Figura 16.

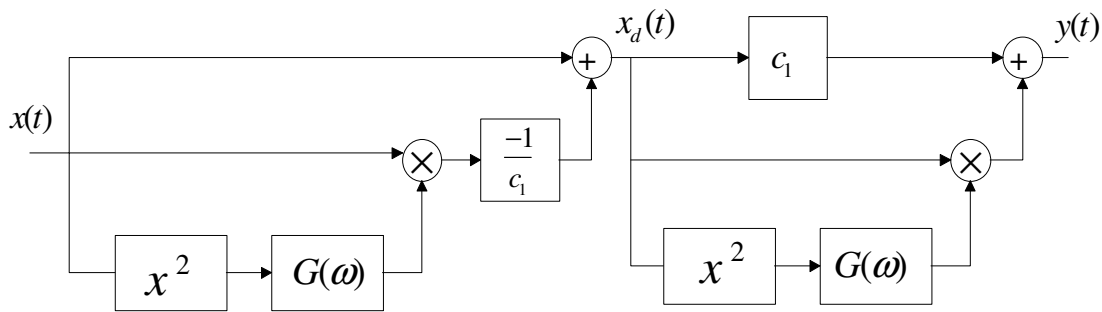


Figura 16 - Conjunto “pré-distorçor + amplificador” (cancela 3ª ordem).

Note-se a semelhança existente entre a estrutura do modelo obtido para o pré-distorçor e para o amplificador. Isto não é de estranhar se for tido em conta o seguinte; a única forma que o amplificador tem de gerar distorção de 3ª ordem é através da malha que incorpora o filtro $G(\omega)$. Assim, a ideia consiste em pré-gerar a mesma distorção (em oposição de fase)

que quando passa pela parte linear (c_1) do amplificador cancela a que este tinha gerado. De seguida serão efectuadas algumas simulações no software ADS (*Advanced Design System* da Agilent Technologies) que permitem comprovar a validade do modelo do pré-distorçor apresentado.

4.2 – Simulação do Modelo do Linearizador (3ª ordem)

As simulações apresentadas nesta secção não são relativas a um amplificador real uma vez que, os parâmetros do modelo (a que é aplicado o pré-distorçor) não resultam de uma extracção previamente efectuada num amplificador de potência (mas sim de um estabelecimento prévio dos parâmetros com base em filtros predefinidos no ADS, tendo em conta aspectos de razoabilidade da representação); este tipo de validação será apenas efectuada no Capítulo 5. No entanto, os resultados obtidos permitirão tirar algumas conclusões quanto ao correcto funcionamento do linearizador. O esquema utilizado na simulação é apresentado na figura seguinte.

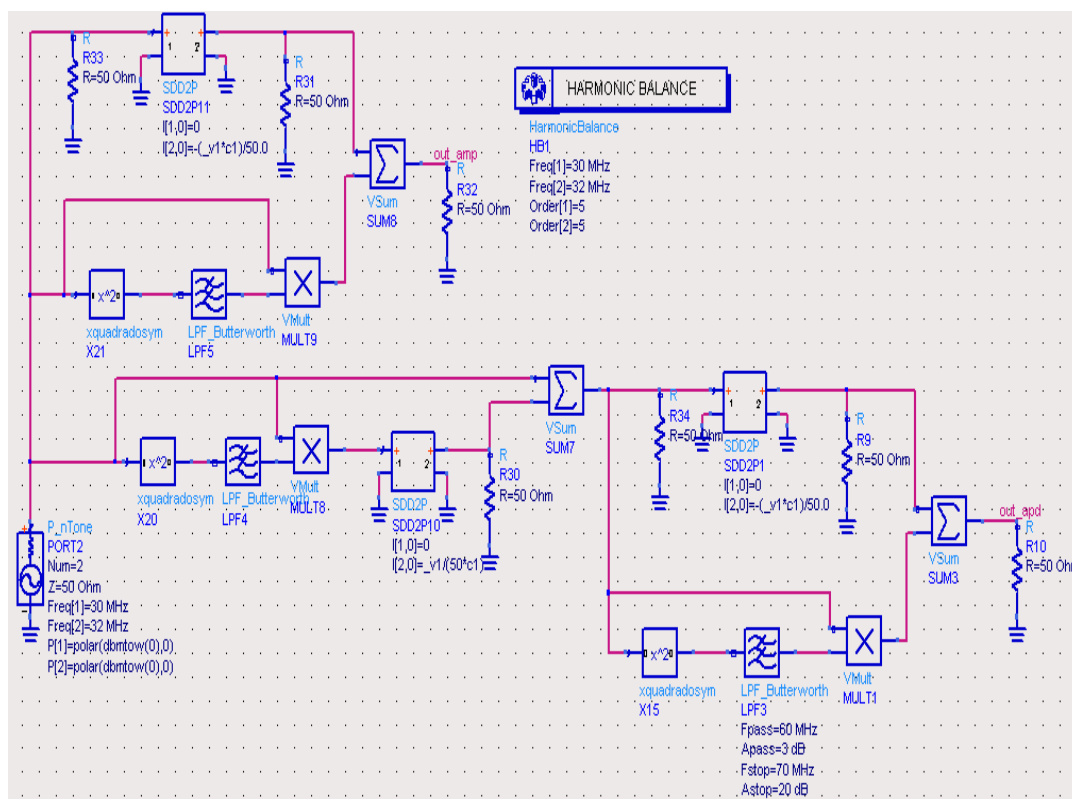


Figura 17 - Implementação no ADS do conjunto “linearizador + modelo”.

Como se pode observar, “out_amp” é a saída do modelo isolado (a linearizar) enquanto que “out_apd” é a saída do conjunto “linearizador + modelo”. Os parâmetros do modelo utilizados para efectuar a simulação foram: $c_1 = 3.84$ e $G(\omega)$ um filtro passa-baixo cuja frequência de corte é de 60 MHz. Na Figura 17 observa-se, também, a presença de blocos SDD (*Symbolically defined device*) de 2 portos. Este tipo de blocos permite ao utilizador criar componentes não lineares através de um conjunto de equações que relacionam as tensões e correntes nos portos. Assim, por exemplo, os blocos SDD2P11 e SDD2P10 permitem multiplicar a tensão aplicada no porto 1 por c_1 e $-\frac{1}{c_1}$, respectivamente.

Foram efectuados testes de dois tons com potências de: 0, 5 e 10 dBm, sendo que os tons se encontravam às frequências de 30 e 32 MHz. Os resultados obtidos para as diversas potências são apresentados de seguida:

4.2.1 Teste de 2 tons (0 dBm)

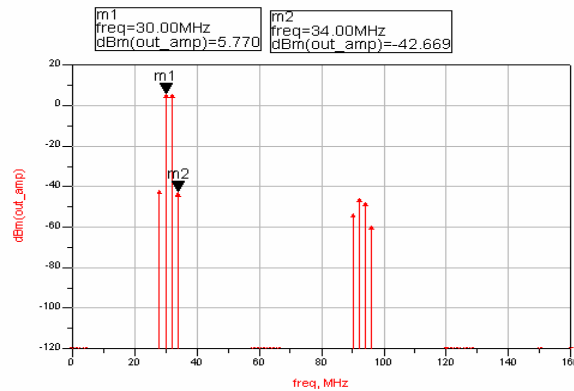


Figura 18 - Teste de dois tons - 0dBm - saída do amplificador.

Sendo $c_1 = 3.84$, isto implica que o amplificador possua um ganho linear de cerca de 12 dB. Uma vez que o sinal de entrada (0 dBm) é dividido por 3 ramos, então à entrada do amplificador tem-se cerca de -6 dBm (3 dB de perdas por divisão), que com o ganho do amplificador resulta na saída (out_amp) um sinal de cerca de 6 dBm, o que está de acordo com o que mostra a figura anterior. Quanto à distorção de intermodulação (IMD) de 3ª ordem, introduzida pelo modelo a linearizar, encontra-se cerca de 48 dB abaixo das componentes lineares ($IM3 \approx -43$ dBm). Note-se que na Figura 18 não surgem componentes de distorção de intermodulação de 5ª ordem, uma vez que o modelo a ser

simulado não possui *kernel* de *Volterra* de 5ª ordem. Com a introdução do pré-distorçor, tal como se mostra na Figura 17, obtêm-se os resultados da Figura 19.

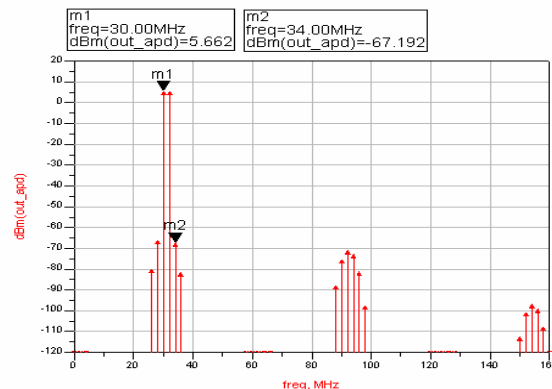


Figura 19 - Teste de dois tons-0dBm-saída do amplificador com o linearizador (3ª ordem).

Note-se que o pré-distorçor permitiu a redução da IMD de 3ª ordem de cerca de 24 dB (de -43 dBm para -67 dBm), quando na realidade a deveria eliminar. Antes de se explicar porque é que isto acontece, é necessário clarificar alguns conceitos. As contribuições (dentro da banda fundamental) de 3ª ordem (IMD3) manifestam-se às frequências $2\omega_i - \omega_j$ (e à fundamental) enquanto que as de 5ª ordem (IMD5) se manifestam em $3\omega_i - 2\omega_j$ (e também em $2\omega_i - \omega_j$ e à fundamental). Tendo em conta o que foi dito anteriormente, não é difícil de concluir que a componente residual (que não foi eliminada) se deve a contribuições de 5ª ordem introduzidas pelo conjunto “linearizador + amplificador”. Note-se ainda que a componente linear veio reduzida de apenas 0.1 dB, o que não é significativo. De seguida, aumentou-se, gradualmente, o nível do sinal de entrada por forma a que as componentes de 3ª e 5ª ordem se tornassem mais significativas.

4.2.2 Teste de 2 tons (5 dBm)

Tendo em conta o que foi dito anteriormente efectuou-se novamente uma simulação de 2 tons, sendo que agora a potência de cada tom é de 5 dBm. Os resultados obtidos encontram-se representados nas Figuras 20 e 21.

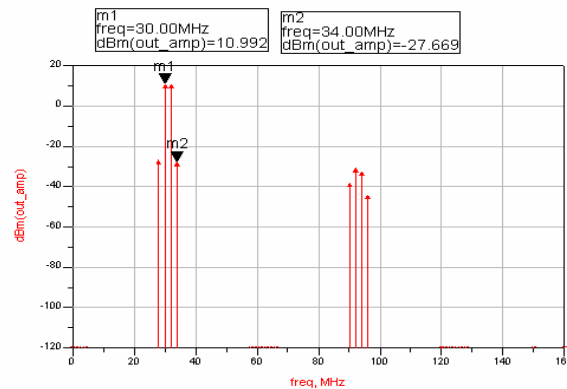


Figura 20 - Teste de dois tons-5dBm-saída do amplificador.

Comparando a Figura 18 com a Figura 20, observa-se nesta última uma redução da relação sinal-distorção de cerca de 10 dB, o que é compreensível uma vez que se aumentou a potência do sinal de entrada e assim as IMD de 3ª ordem (bem como as de 5ª) começam a ter uma maior importância. O pré-distorçor permite, uma vez mais, o aumento da relação sinal-distorção, como se comprova através da observação do gráfico da Figura 21. Assim a distorção de intermodulação de 3ª ordem passa do nível de -28 dBm (aproximadamente) para -43 dBm, enquanto que as componentes lineares pouca alteração sofrem. Ou seja, o linearizador está a reduzir a distorção de intermodulação de 3ª ordem (IMD3) de cerca de 15 dB, sem alterações significativas na componente linear, o que é razoável. Para finalizar esta primeira sequência de testes de dois tons aumentou-se a potência do sinal de entrada para 10 dBm.

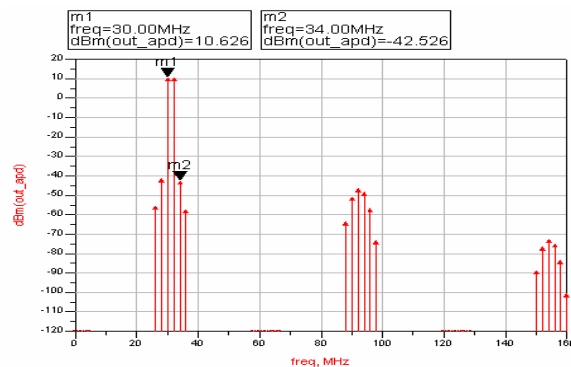


Figura 21 - Teste de dois tons-5dBm-saída do amplificador com linearizador (3ª ordem).

4.2.3 Teste de 2 tons (10 dBm)

A Figura 22 mostra que as IMD de 3ª ordem introduzidas pelo modelo do amplificador começam a ter uma interferência no sinal (a 30 MHz e a 32 MHz) que já não se pode desprezar, e que será, obviamente, tanto maior quanto maior for o nível do sinal de entrada. Nesta situação, a relação sinal-distorção foi reduzida para 30 dB, sendo que a componente linear apresenta uma potência de cerca de 17 dBm enquanto que a IMD de 3ª ordem um valor de aproximadamente -13 dBm.

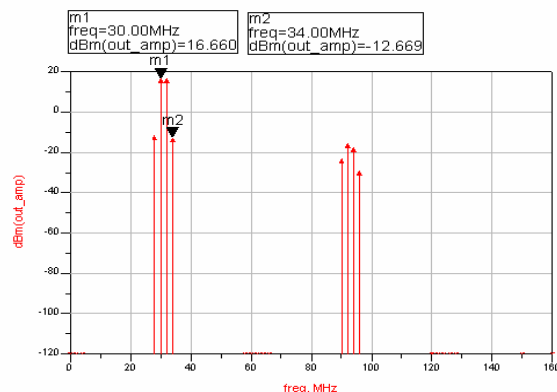


Figura 22 - Teste de dois tons-10dBm-saída do amplificador.

Por seu turno, o pré-distorçor começa a ter dificuldades em manter o desempenho que tinha conseguido até aqui, como se mostra na Figura 23. Esta degradação (consegue um cancelamento de IM3 de apenas 6 dB) pode, numa primeira análise, ser explicada se for tido em conta o aumento da importância de componentes de 5ª ordem nomeadamente na sua interferência na distorção de intermodulação em $2\omega_i - \omega_j$.

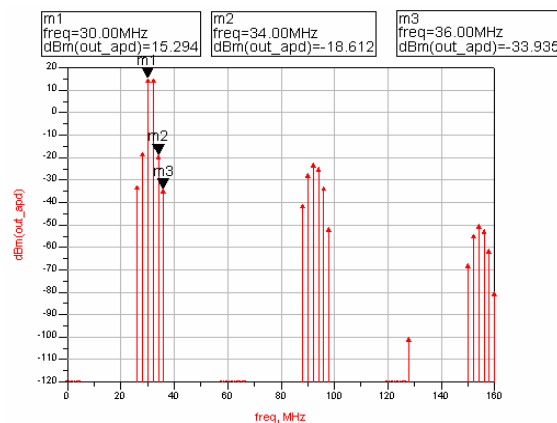


Figura 23 - Teste de dois tons-10dBm-saída do amplificador com linearizador (3ª ordem).

Tendo em conta o que foi dito, nomeadamente que o conjunto “linearizador+amplificador” introduz componentes de 5ª ordem que não são canceladas ($\text{IMD5} \approx -34 \text{ dBm}$), um passo lógico com vista a melhorar o desempenho do linearizador passa por garantir que o sistema total apresenta um *kernel* de *Volterra* de 5ª ordem nulo. É com base nesta ideia que é desenvolvido o Ponto 4.3.

4.3 – Extensão do Linearizador à 5ª ordem

Os resultados anteriormente obtidos dão a entender a necessidade de se aumentar a complexidade do pré-distorçor, por forma a tornar o sistema mais linear. Assim, uma solução óbvia para cancelar as componentes de 5ª ordem, introduzidas pelo linearizador em conjunto com o modelo, passa por garantir que não só os *kernels* do sistema até à 3ª ordem se anulam (excepto a 1ª ordem) mas também que se verifica a seguinte condição:

$$H_5(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5) = 0 \quad (4.21)$$

4.3.1 Cascata de dois sistemas Não-Lineares (5ª Ordem)

Antes do cálculo das funções de transferência não lineares de *Volterra* de 5ª ordem do pré-distorçor, é necessário calcular a função de transferência de 5ª ordem mas para o caso da cascata de dois sistemas não-lineares, um pouco à semelhança do que foi feito no ponto 4.1.1. Para isso é necessário aplicar à entrada do sistema da Figura 14 um sinal do tipo:

$$x(t) = e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} + e^{j\omega_3 t} + e^{j\omega_4 t} + e^{j\omega_5 t} \quad (4.22)$$

e calcular todas as componentes na saída do sistema à frequência $(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5)$, sendo a função de transferência de 5ª ordem determinada tal como já foi descrito anteriormente (Método das Harmónicas de Entrada). O cálculo detalhado da função de transferência não linear de 5ª ordem da cascata encontra-se apresentado no Anexo 3, sendo o resultado final dado pela equação (4.23).

$$\begin{aligned}
 H_5(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5) &= H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_2)H_1^A(\omega_3)H_1^A(\omega_4)H_1^A(\omega_5)H_5^B(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5) + \dots \\
 &+ H_5^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5)H_1^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5) + \dots \\
 &+ \frac{3}{10} \left[\begin{aligned}
 &H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3)H_1^A(\omega_4)H_1^A(\omega_5)H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3, \omega_4, \omega_5) + \dots \\
 &+ H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_4)H_1^A(\omega_3)H_1^A(\omega_5)H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_4, \omega_3, \omega_5) + \dots \\
 &+ H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_5)H_1^A(\omega_3)H_1^A(\omega_4)H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_5, \omega_3, \omega_4) + \dots \\
 &+ H_3^A(\omega_1, \omega_3, \omega_4)H_1^A(\omega_2)H_1^A(\omega_5)H_3^B(\omega_1 + \omega_3 + \omega_4, \omega_2, \omega_5) + \dots \\
 &+ H_3^A(\omega_1, \omega_3, \omega_5)H_1^A(\omega_2)H_1^A(\omega_4)H_3^B(\omega_1 + \omega_3 + \omega_5, \omega_2, \omega_4) + \dots \\
 &+ H_3^A(\omega_1, \omega_4, \omega_5)H_1^A(\omega_2)H_1^A(\omega_3)H_3^B(\omega_1 + \omega_4 + \omega_5, \omega_2, \omega_3) + \dots \\
 &+ H_3^A(\omega_2, \omega_3, \omega_4)H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_5)H_3^B(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4, \omega_1, \omega_5) + \dots \\
 &+ H_3^A(\omega_3, \omega_4, \omega_5)H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_2)H_3^B(\omega_3 + \omega_4 + \omega_5, \omega_1, \omega_2) + \dots \\
 &+ H_3^A(\omega_2, \omega_4, \omega_5)H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_3)H_3^B(\omega_2 + \omega_4 + \omega_5, \omega_1, \omega_3) + \dots \\
 &+ H_3^A(\omega_2, \omega_3, \omega_5)H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_4)H_3^B(\omega_2 + \omega_3 + \omega_5, \omega_1, \omega_4)
 \end{aligned} \right] \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

4.3.2 Modelo do Linearizador (5ª ordem)

Depois de determinada a função de transferência não linear de 5ª ordem da cascata de dois sistemas, segue-se a determinação do *kernel* de Volterra de 5ª ordem do pré-distorçor. Para isso, e seguindo uma metodologia semelhante a quando da obtenção do *kernel* de 3ª ordem, é necessário que a equação (4.21) se verifique. Por uma questão de simplicidade, vai-se considerar que $H_5^B(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5) = 0$, ou seja o modelo do amplificador por si só não introduz distorção de 5ª ordem. Tendo em conta esta simplificação e igualando a expressão do kernel de 5ª ordem da cascata de dois sistemas a zero é possível a determinação de $H_5^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5)$, tal como se mostra no Anexo 4.

$$\begin{aligned}
 H_5^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5) &= \frac{3}{10c_1^2} \left[\begin{aligned}
 &H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_3)H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3, \omega_4, \omega_5) + \dots \\
 &+ H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_4)H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_4, \omega_3, \omega_5) + H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_5)H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_5, \omega_3, \omega_4) + \dots \\
 &+ H_3^B(\omega_1, \omega_3, \omega_4)H_3^B(\omega_1 + \omega_3 + \omega_4, \omega_2, \omega_5) + H_3^B(\omega_1, \omega_3, \omega_5)H_3^B(\omega_1 + \omega_3 + \omega_5, \omega_2, \omega_4) + \dots \\
 &+ H_3^B(\omega_1, \omega_4, \omega_5)H_3^B(\omega_1 + \omega_4 + \omega_5, \omega_2, \omega_3) + H_3^B(\omega_2, \omega_3, \omega_4)H_3^B(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4, \omega_1, \omega_5) + \dots \\
 &+ H_3^B(\omega_3, \omega_4, \omega_5)H_3^B(\omega_3 + \omega_4 + \omega_5, \omega_1, \omega_2) + H_3^B(\omega_2, \omega_4, \omega_5)H_3^B(\omega_2 + \omega_4 + \omega_5, \omega_1, \omega_3) + \dots \\
 &+ H_3^B(\omega_2, \omega_3, \omega_5)H_3^B(\omega_2 + \omega_3 + \omega_5, \omega_1, \omega_4)
 \end{aligned} \right] \quad (4.24)
 \end{aligned}$$

Considerando que

$$H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \frac{1}{3} [G(\omega_1 + \omega_2) + G(\omega_1 + \omega_3) + G(\omega_2 + \omega_3)] \quad (4.25)$$

da equação (4.24) resultam produtos que apresentam uma forma semelhante à da expressão seguinte:

$$\begin{aligned} & [G(\omega_1 + \omega_2) + G(\omega_1 + \omega_3) + G(\omega_2 + \omega_3)] \\ & [G(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) + G(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_5) + G(\omega_4 + \omega_5)] = \dots \\ & = G(\omega_1 + \omega_2)G(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) + G(\omega_1 + \omega_2)G(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_5) + G(\omega_1 + \omega_2)G(\omega_4 + \omega_5) + (4.26) \\ & + G(\omega_1 + \omega_3)G(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) + G(\omega_1 + \omega_3)G(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_5) + G(\omega_1 + \omega_3)G(\omega_4 + \omega_5) + \\ & + G(\omega_2 + \omega_3)G(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) + G(\omega_2 + \omega_3)G(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_5) + G(\omega_2 + \omega_3)G(\omega_4 + \omega_5) \end{aligned}$$

Isto leva a que o diagrama de blocos associado à função de transferência não linear de 5ª ordem do linearizador possua a seguinte estrutura.

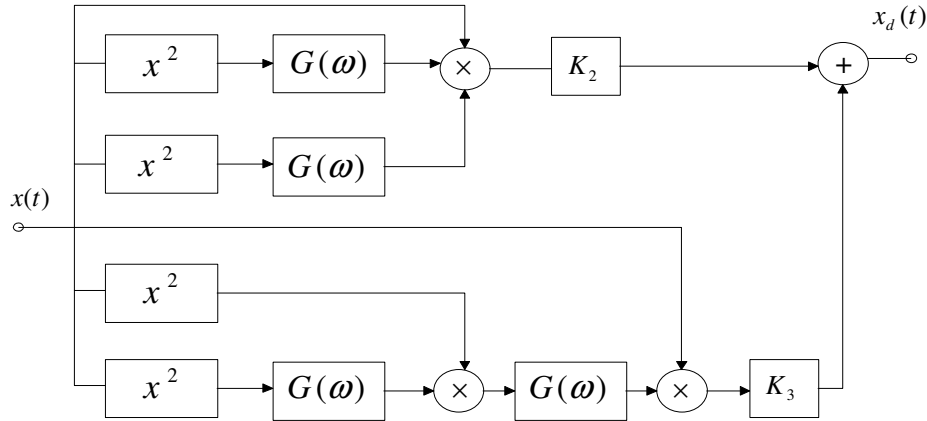


Figura 24 - Diagrama de Blocos do kernel de 5ª ordem do linearizador.

Uma vez mais, tal como já havia sido feito para o caso da determinação do kernel de 3ª ordem do linearizador, é necessário determinar as constantes K_2 e K_3 presentes na Figura 24. Para isso, aplica-se na entrada 5 exponenciais complexas.

Seja

$$x(t) = e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} + e^{j\omega_3 t} + e^{j\omega_4 t} + e^{j\omega_5 t} \quad (4.27)$$

$$x_d(t) = e^{j(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5)t} [8K_2 G(\omega_1 + \omega_2) G(\omega_3 + \omega_4) + 8K_3 G(\omega_1 + \omega_2) G(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) + \dots] \quad (4.28)$$

O *kernel* de Volterra de 5ª ordem em função de K_1 e K_2 é:

$$H_5^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5) = \frac{1}{15} [K_2 G(\omega_1 + \omega_2) G(\omega_3 + \omega_4) + K_3 G(\omega_1 + \omega_2) G(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) + \dots] \quad (4.29)$$

Comparando a expressão do *kernel*, obtida anteriormente, com equação (4.24) é possível obter os valores de K_2 e K_3 .

$$\begin{cases} \frac{2}{30c_1^2} = \frac{1}{15} K_3 \\ \frac{1}{30c_1^2} = \frac{1}{15} K_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K_3 = \frac{1}{c_1^2} \\ K_2 = \frac{1}{2c_1^2} \end{cases} \quad (4.30)$$

Resulta então o esquema da figura seguinte, que não é mais que uma extensão do esquema da Figura 16, obtida através da introdução da estrutura da Figura 24, que é responsável pelo cancelamento da 5ª ordem do sistema.

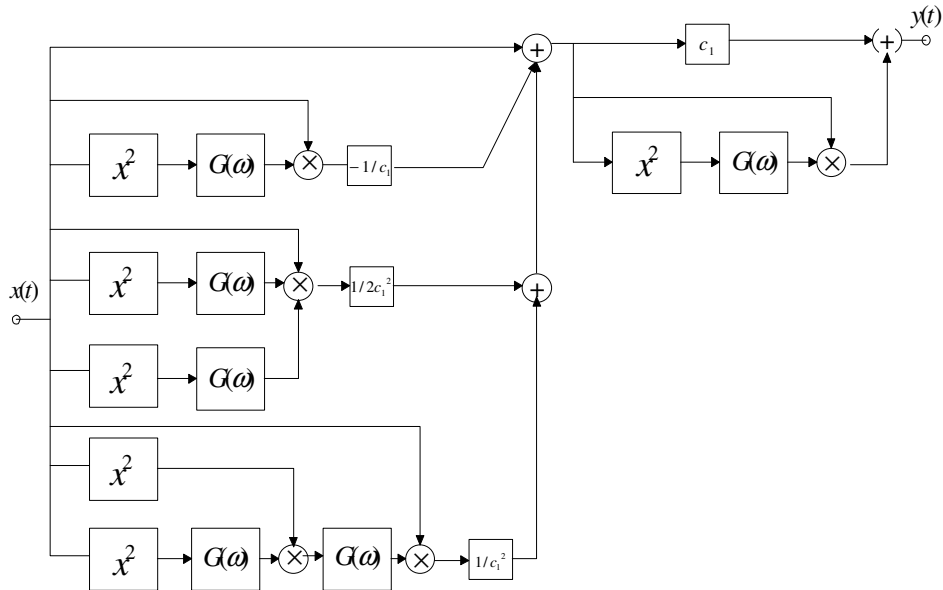


Figura 25 - Conjunto “pré-distorçor + modelo” - extensão à 5ª ordem.

Note-se que a extensão do pré-distorçor à 5ª ordem foi efectuada considerando que o amplificador não introduzia 5ª ordem, ou seja $H_5^B(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5) = 0$. Se isto não for verdade, então o pré-distorçor vem bastante mais complicado, como se pode observar pela expressão do *kernel* de *Volterra* de 5ª ordem da cascata de dois sistemas (equação 4.23). Na Figura 26 é apresentada a estrutura genérica do pré-distorçor, caso o modelo a linearizar inclua 1ª, 3ª e 5ª ordens.

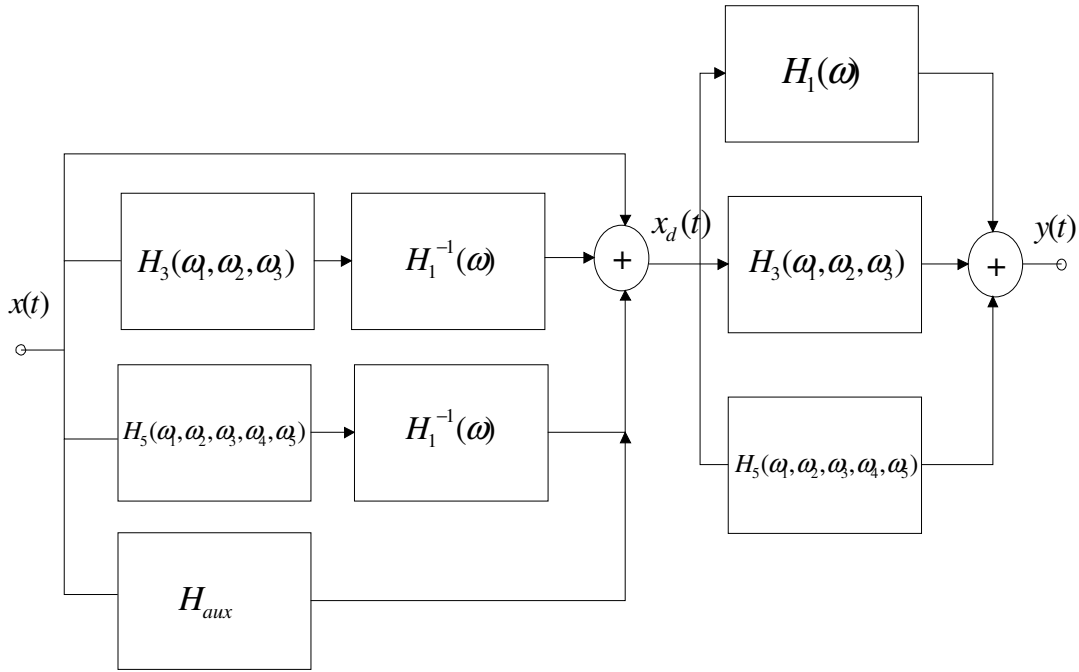


Figura 26 - Estrutura genérica do linearizador.

Da figura anterior note-se que o primeiro ramo do pré-distorçor é a componente linear, o segundo ramo permite eliminar a componente de terceira ordem do conjunto, o terceiro ramo a componente de quinta ordem e finalmente o bloco H_{aux} , tem como finalidade retirar as componentes de quinta ordem que são introduzidas pelo bloco de terceira ordem do pré-distorçor em conjunto com o modelo. As simulações que se seguem têm por base o sistema da Figura 25, no qual o modelo do amplificador apenas contém componentes de primeira e terceira ordem. Na Figura 27 encontra-se representado o esquema utilizado para efectuar as diversas simulações, uma vez mais recorrendo ao software ADS (*Advanced Design System* da Agilent Technologies).

4.4 – Simulação do modelo do Linearizador (5ª ordem)

Como se pode observar, o esquema da figura seguinte é em tudo semelhante ao da Figura 16, com a excepção da introdução do ramo que tem como objectivo o cancelamento da 5ª ordem do sistema.

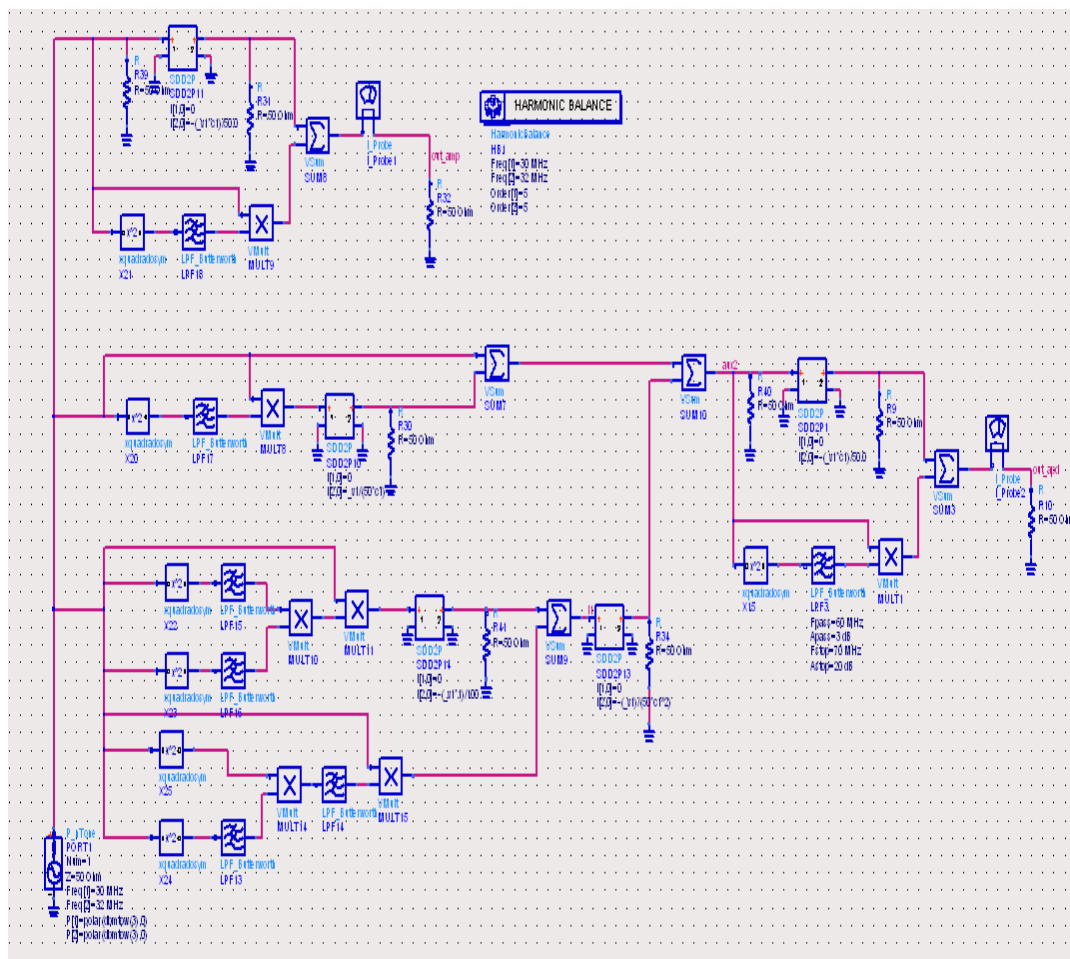


Figura 27 - Implementação no ADS do conjunto “Linearizador (5ª ordem) +modelo”.

Note-se ainda o aumento do sinal de entrada de 3dB por forma a compensar a introdução de um novo ramo. Desta forma consegue-se obter, na saída do modelo, valores semelhantes, no que diz respeito à componente linear, aos obtidos no ponto 4.2, o que é desejável para efeitos comparativos. Serão repetidas as simulações realizadas para as potências de 5 e 10 dBm (acrescidas de 3 dB), efectuadas no ponto 4.2, o que permite verificar até que ponto a extensão do pré-distorçor à 5ª ordem melhora o desempenho da linearização.

4.4.1 Teste de 2 tons (8 dBm)

Os resultados obtidos para o teste de dois tons com potência de 8 dBm encontram-se representados na Figura 28. Comparando a Figura 28 com a Figura 21 verifica-se, desde logo: a diminuição em aproximadamente 0.5 dB do ganho linear (10.6 dBm para 10.1 dBm), a diminuição de IM3 de cerca de 6 dB (-42 dBm para -48 dBm).

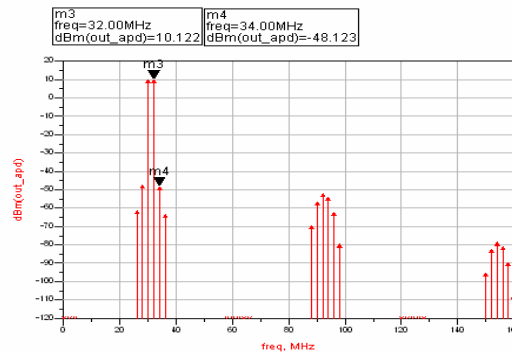


Figura 28 - Teste de dois tons-8 dBm-saída do amplificador com linearizador (5ª ordem).

Aumentando a potência dos tons para 13 dBm as componentes de distorção têm ainda mais importância, tal como se observa na Figura 29.

4.4.2 Teste de 2 tons (13 dBm)

Comparando, uma vez mais, a Figura 29 com a Figura 23 observa-se uma clara melhoria quer das componentes de distorção de intermodulação de 3ª ordem (IM3), quer das de distorção de intermodulação de 5ª ordem (IM5). Assim a IM3 é reduzida de -18.6 dBm para -25.3 dBm, enquanto que a IM5 de -33.9 dBm para -41.6 dBm. Refira-se ainda que a componente linear sofre uma diminuição de cerca de 0.3 dB, o que é uma alteração pouco significativa.

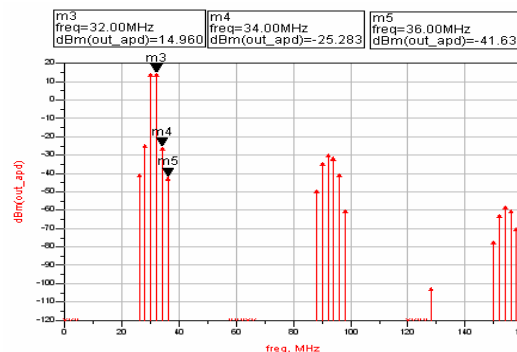


Figura 29 - Teste de dois tons-13 dBm-saída do amplificador com linearizador (5ª ordem).

4.4.3 Teste CDMA

Depois da sucessão de testes de dois tons que permitiu uma validação preliminar do modelo de 5ª ordem do linearizador, segue-se um teste mais rigoroso, como é o caso de um sinal real de comunicações. Para isso, recorreu-se às bibliotecas do ADS e utilizou-se o sinal 3GPP_UPLINK com uma frequência para a portadora de 900 MHz e potência de 13 dBm e 15 dBm. Este sinal possui uma largura de banda de 4 MHz. Note-se que, relativamente à Figura 27, apenas se altera o tipo de simulação (agora é de envolvente) e o tipo de fonte; tudo o resto se mantém inalterável. As Figuras 30 e 31 mostram os resultados obtidos para as potências de 13 dBm e 15 dBm, respectivamente.

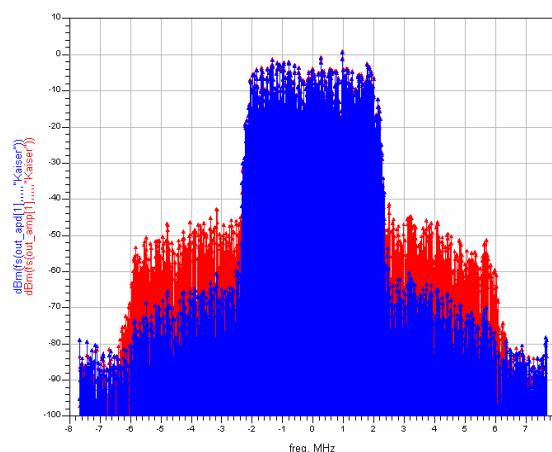


Figura 30 - Teste CDMA (13 dBm) – vermelho (amp.) – azul (prédist.+amp.).

Relativamente à figura anterior refira-se que na zona da largura de banda do sinal, ou seja os 4 MHz (-2 a 2 MHz), o sinal do modelo (a vermelho) e do modelo com o pré-distorçor (a azul) se encontram praticamente sobrepostos o que mostra que o pré-distorçor é transparente à componente linear, o que é desejável e está de acordo com o que foi formulado. O efeito do pré-distorçor é claro no canal adjacente, sendo que nesta situação se consegue uma redução na distorção de cerca de 20 dB. De destacar ainda que, em parte do canal alternado (6 a 8 MHz), o pré-distorçor vem piorar o desempenho, isto pode ser explicado se for tido em conta que o modelo do amplificador por si só não introduz distorção de 5ª ordem, enquanto que o conjunto “pré-distorçor + modelo” além de introduzir componentes de 5ª ordem para reduzir a distorção no canal adjacente, introduz também componentes de 7ª ordem no canal alternado, piorando aqui o desempenho. Ainda relativamente ao canal alternado, refira-se que este se encontra “cortado” na figura

anterior; apenas se consegue visualizar parte do canal alternado (6 a 8 MHz), sendo que a frequência superior deste deveria ser 10 MHz em vez dos 8 MHz apresentados. Este problema tem origem na forma como se define a simulação no ADS, sendo que neste caso as características da simulação estão definidas em função daquilo que é recomendado pela Agilent Technologies aquando da utilização deste tipo sinais. Note-se que, a escolha de outras características (para a simulação) obrigaria o simulador a efectuar interpolações indesejadas, sendo que nesta situação os resultados vêm totalmente desajustados. Contudo, mostra-se no capítulo seguinte que o desempenho apresentado em parte do canal alternado (Figuras 30 e Figura 31) também se verifica no que falta para que este fique completo (8 a 10 MHz).

Depois de efectuada a simulação para uma potência do sinal de entrada de 13 dBm, aumentou-se esta para 15 dBm, encontrando-se o resultado desta simulação na Figura 31.

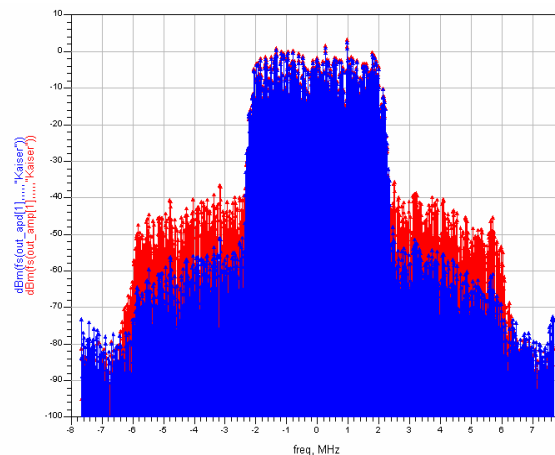


Figura 31 - Teste CDMA (15 dBm) – vermelho (amp.) – azul (prédist.+amp.).

Comparando os resultados obtidos para o teste CDMA de 13 dBm e 15 dBm pouco há a acrescentar relativamente ao que foi dito anteriormente. A maior diferença, relativamente à Figura 30, é o aumento do patamar (do modelo) associado ao canal adjacente e uma pequena degradação da relação sinal-distorção do conjunto “pré-distorçor+modelo” (cerca de 5dB). A comparação que se segue entre o pré-distorçor de 3ª ordem e de 5ª ordem (Figura 32) é ainda mais elucidativa relativamente à melhoria do desempenho introduzida pelo linearizador de 5ª ordem. Para isso, aplicou-se o mesmo sinal de 15 dBm utilizado anteriormente.

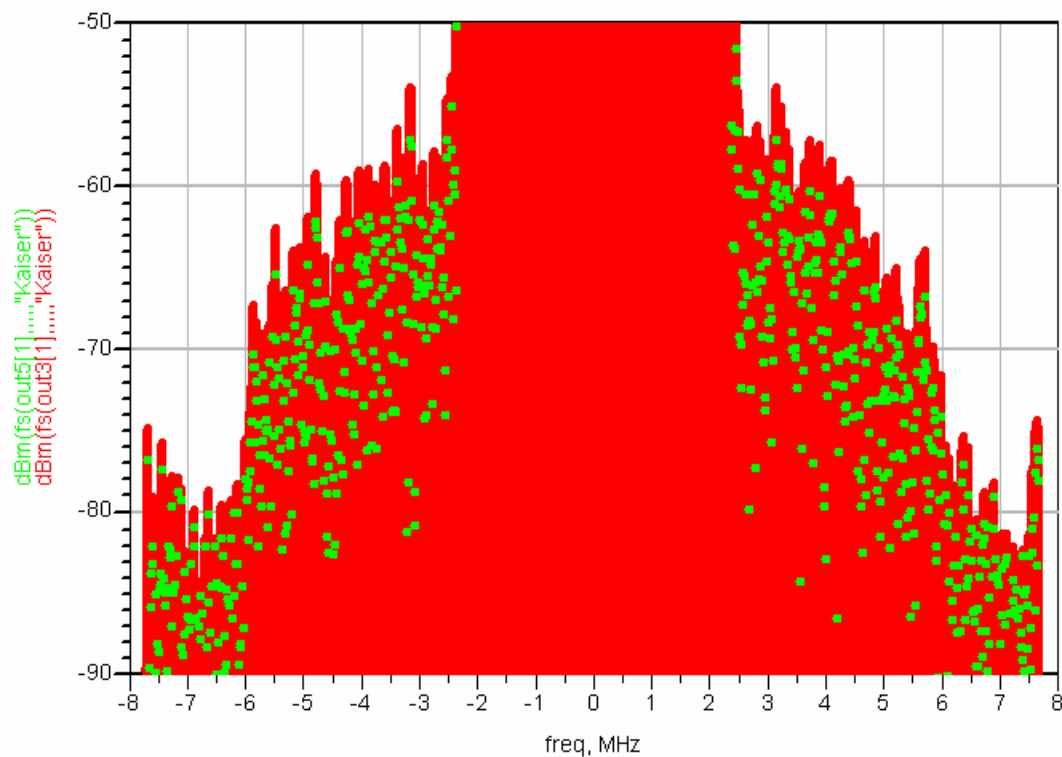


Figura 32 - Comparação entre pré-distorçor de 3ª e 5ª ordem.

Como se pode observar pela figura anterior, o pré-distorçor de 5ª ordem (a azul) consegue uma melhoria de 3 a 4 dB relativamente ao pré-distorçor de 3ª ordem (a vermelho), no que diz respeito à distorção no canal adjacente e canal alternado. Conclui-se então, à primeira vista, que quer a formulação do modelo do linearizador de 3ª ordem quer a sua extensão à 5ª ordem foram efectuadas correctamente. Estes testes foram, contudo, realizados no caso da entidade a linearizar se tratar de um modelo arbitrado. O capítulo seguinte permite testar o pré-distorçor quando o modelo a linearizar é o de um amplificador de potência real, cuja extracção dos seus parâmetros foi previamente efectuada.

Capítulo 5 – Simulação do Linearizador aplicado a um PA

Neste capítulo, o objectivo principal consiste em aplicar o pré-distorçor, formulado anteriormente, ao modelo de um amplificador de potência real, cuja extracção dos parâmetros do mesmo foi efectuada previamente [3,10]. Esta extracção foi efectuada para sinais de entrada com potências de 10 dBm e 12 dBm, sendo que os resultados obtidos são apresentados de seguida.

5.1 Teste CDMA (10 dBm)

Da extracção dos parâmetros para uma potência do sinal de entrada de 10 dBm resultou um valor de $c_1 \approx 8.48$. Quanto ao filtro $G(\omega)$, este foi obtido à banda-base e à 2ª harmónica, que são as frequências que se obtêm à saída do quadrador (Figura 25). As características deste filtro são apresentadas de seguida (Figuras 33 e 34).

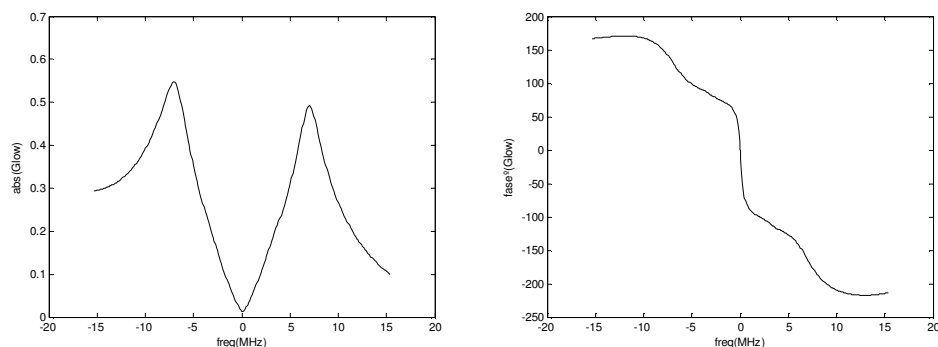


Figura 33 - Módulo e Fase do filtro $G(\omega)$ à banda-base (10 dBm).

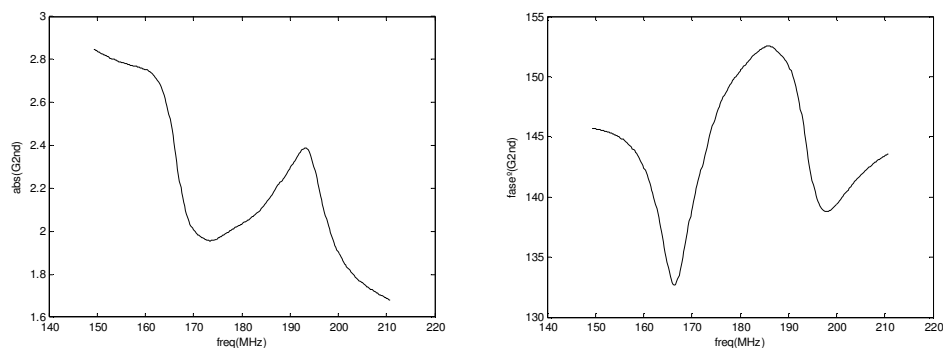


Figura 34 - Módulo e Fase do filtro $G(\omega)$ à 2ª harmónica (10 dBm).

Depois de efectuada a extracção dos parâmetros, criaram-se ficheiros *matlab* que permitiram a simulação do linearizador de 3ª e 5ª ordem. Estes ficheiros encontram-se apresentados no Anexo 5. Os resultados obtidos com um sinal CDMA (10 dBm) são apresentados nas Figuras 35 e 36. Note-se que, neste caso, o sinal está centrado à frequência de 90 MHz, que é um valor bastante inferior aos normalmente utilizados para as portadoras (900 MHz por exemplo), reduzindo-se assim os tempos de simulação.

5.1.1 Linearizador de 3ª Ordem

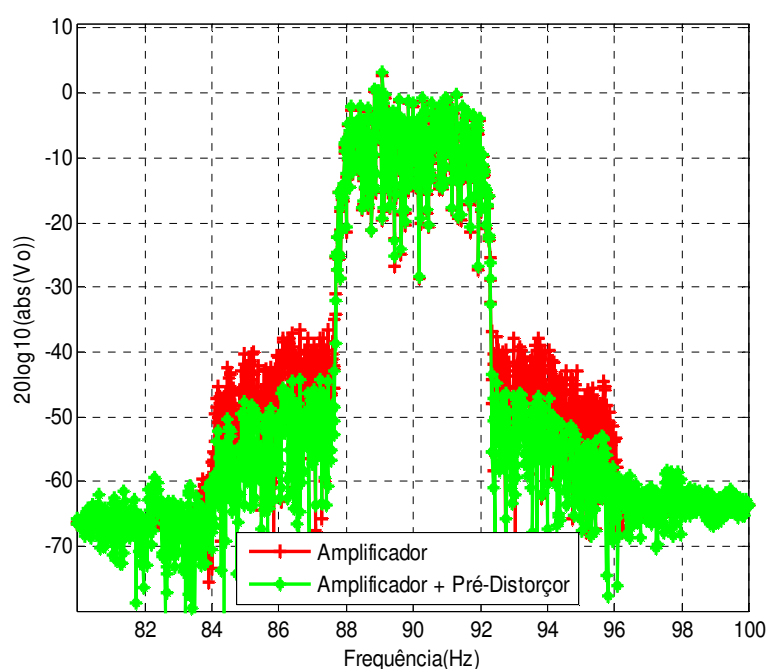


Figura 35 - Efeito do linearizador (3ª ordem) – 10dBm.

Nesta situação, o linearizador (a verde) consegue um cancelamento da distorção presente no canal adjacente de cerca de 7 dB, o que está, ainda, um pouco longe dos 15-20 dB obtidos no caso do modelo arbitrado (Capítulo 4) e com um linearizador de 5ª ordem. Refira-se que, agora, já se observa na totalidade o canal alternado (80 a 84 MHz), algo que não acontecia nas simulações efectuadas com o ADS. Como se pode verificar, o pré-distorçor não degrada, significativamente, a resposta do sistema nesta zona (canal alternado). De seguida, efectuou-se o mesmo tipo de simulação mas com um linearizador de 5ª ordem. Para esta situação, os resultados obtidos são apresentados na Figura 36

5.1.2 Linearizador de 5ª Ordem

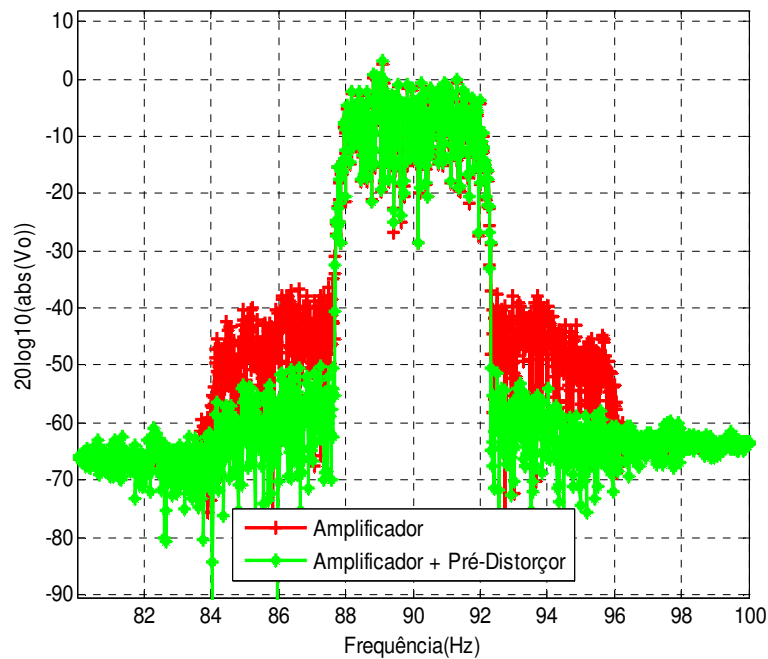


Figura 36- Efeito do linearizador (5ª ordem) – 10dBm.

Como é facilmente observável a melhoria é considerável. Agora o linearizador consegue um cancelamento de cerca de 15 dB no canal adjacente, um pouco à semelhança do que havia sido obtido nas simulações do Capítulo 4, o que dá a entender que as componentes de 5ª ordem estavam a degradar bastante o desempenho do pré-distorçor. Quanto ao desempenho no canal alternado, e comparando com a Figura 35, verifica-se que este é ligeiramente melhorado, o que já era de esperar uma vez que o linearizador de 5ª ordem, tinha como objectivo não só eliminar componentes desta ordem presentes no canal adjacente, mas também no canal alternado. Refira-se ainda que o linearizador não afecta (de uma forma significativa) a componente linear do sinal, como se pode comprovar pelo facto dos gráficos a vermelho e a verde se encontrarem sobrepostos nos 4 MHz (88 MHz a 92 MHz) da largura de banda do sinal.

De seguida, apresentam-se os parâmetros extraídos para uma potência de entrada de 12 dBm e a simulação correspondente; note-se que, uma vez que o modelo resulta de uma aproximação local (e não global), os parâmetros, obtidos da extracção, são (ligeiramente) diferentes dos obtidos para a potência de 10 dBm.

5.2 Teste CDMA (12 dBm)

O valor de c_1 extraído não se altera, isto é $c_1 \approx 8.48$. Quanto ao filtro $G(\omega)$, este apresenta as características, em termos de módulo e fase, descritas nas Figuras 37 e 38.

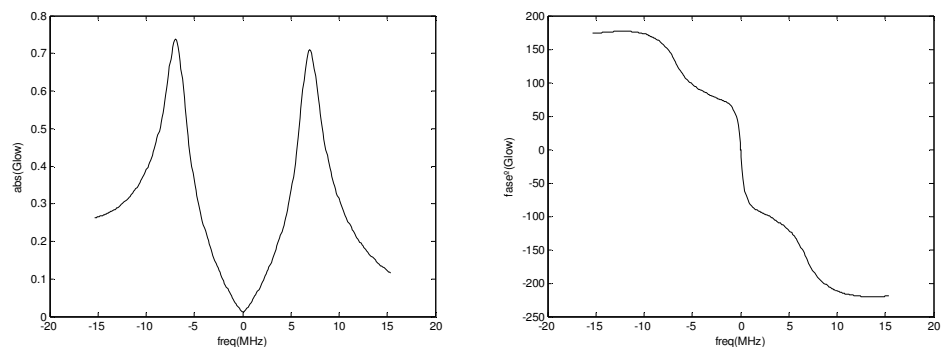


Figura 37 - Módulo e Fase do filtro $G(w)$ à envolvente (12 dBm).

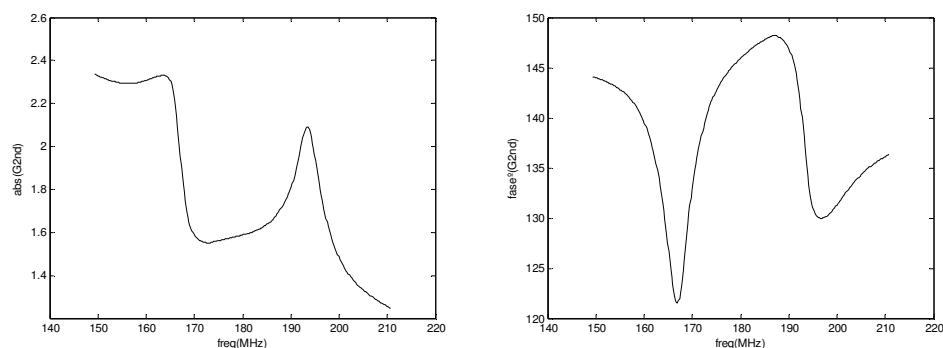


Figura 38 - Módulo e Fase do filtro $G(w)$ à 2ª harmónica (12 dBm).

Como se pode verificar, os parâmetros extraídos para 12 dBm são muito semelhantes aos anteriormente obtidos para 10 dBm, sendo que as maiores diferenças se registam no valor absoluto de $G(\omega)$.

5.2.1 Linearizador 3ªOrdem

Efectuou-se novamente um teste CDMA, sendo que agora a potência deste sinal foi aumentada para 12 dBm. Os resultados obtidos, para o caso do linearizador de 3ª ordem, são apresentados na Figura 39

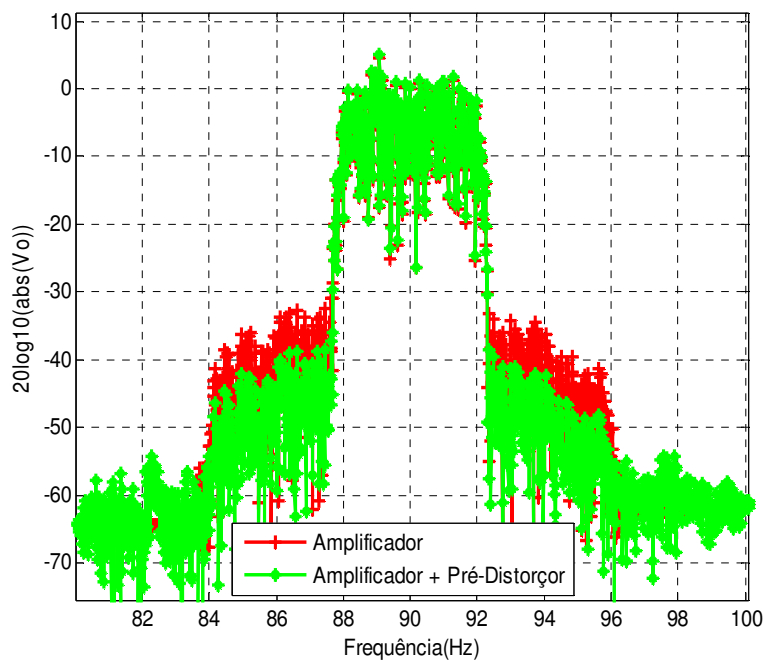


Figura 39 - Efeito do linearizador (3ª ordem) – 12dBm.

Observando a figura anterior, desde logo se regista um aumento da distorção introduzida pelo amplificador, consequência do aumento da potência do sinal de entrada. Quanto ao desempenho do linearizador, este mantém-se praticamente ao nível do apresentado na Figura 35, notando-se uma ligeira degradação. Como é óbvio o aumento da complexidade do linearizador (extensão à 5ª ordem) conduz a melhorias significativas, como é apresentado de seguida.

5.2.2 Linearizador 5ª ordem

A Figura 40 apresenta os resultados obtidos com o linearizador de 5ª ordem e para um sinal de entrada cuja potência é de 12 dBm. Comparando a Figura 40 com a Figura 36 verifica-se que o linearizador apresenta desempenhos semelhantes em ambas as situações, isto é, permite diminuir a distorção, introduzida pelo amplificador, no canal adjacente de cerca de 15 dB. Pode-se então concluir que o pré-distorçor obtido pode ser utilizado na linearização de um amplificador de potência real, mesmo para sinais de entrada com uma potência já considerável.

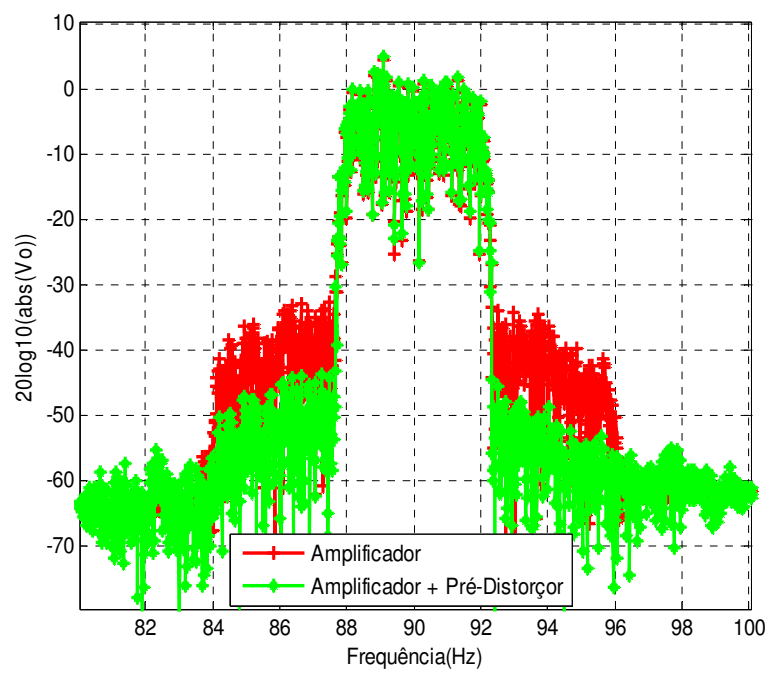


Figura 40 - Efeito do linearizador (5ª ordem) – 12dBm.

Capítulo 6- Conclusões e Trabalho Futuro

Nesta dissertação de mestrado foi apresentado um modelo de um linearizador (pré-distorçor) para amplificadores de potência. Este modelo foi obtido com base nas séries de *Volterra*, mais concretamente na dedução da cascata de dois sistemas tendo por base esta ferramenta matemática. Inicialmente, obteve-se um modelo, de 3ª ordem, para o pré-distorçor. Este foi validado através de simulações efectuadas com os pacotes de *software* ADS (*Advanced Design System* da Agilent Technologies) e *Matlab*, tendo-se observado um cancelamento da distorção do canal adjacente, para um sinal de entrada CDMA, de 7 dB. Face a este desempenho, e depois de se ter percebido que o conjunto “linearizador + amplificador” introduzia componentes de 5ª ordem no canal adjacente, decidiu-se aumentar a complexidade do linearizador. Assim sendo, acrescentou-se ao pré-distorçor um bloco que é responsável pelo cancelamento da 5ª ordem do sistema. Efectuaram-se novamente simulações ao sistema resultante, tendo-se verificado que agora o pré-distorçor conseguia um cancelamento no canal adjacente de cerca de 15 dB, sem alterações significativas quer no canal alternado quer na banda fundamental. Prova-se assim que o pré-distorçor resultante é adequado à linearização de amplificadores de potência, ou, dito de outra forma, deveria ser possível implementar um linearizador digital tendo por base o modelo desenvolvido nesta dissertação de mestrado.

Como foi referido anteriormente, a formulação do linearizador de 5ª ordem foi obtida considerando que o amplificador de potência apenas possuía 1ª e 3ª ordem. Uma melhor aproximação ao modelo do amplificador de potência passa pela inclusão da 5ª ordem, sendo que esta se manifesta com o aumento da potência do sinal de entrada. Seria então interessante, embora isto implique um aumento considerável da complexidade, incluir no modelo do amplificador a 5ª ordem e verificar até que ponto a estrutura do linearizador teria semelhanças com a do amplificador. Relembre-se que as topologias do modelo do pré-distorçor de 3ª ordem e do amplificador a linearizar (que possuía terceira ordem) eram iguais, com excepção de alguns factores multiplicativos. Será isto verdade para ordens superiores?

Referências

- [1] J.C. Pedro, S.A. Maas, “A comparative Overview of Microwave and Wireless Power Amplifier Behavioral Modelling Approaches”, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech*, vol. MTT-53, pp. 1150-1163, Apr. 2005.
- [2] M. Isaksson, D. Wisell, D.Rönnow, “A comparative Analysis of Behavioral Models for RF Power Amplifiers”, *IEEE Trans. On Microwave Theory and Tech*, vol. 54, pp. 348-359, January 2006.
- [3] T.R. Cunha, J.C. Pedro, P.M. Cabral, A. Zhu, “General nonlinear feedforward RF model for power amplifiers”, *International Microwave Symposium IMS2007*, aceite para publicação.
- [4] J.C. Pedro, N.B. de Carvalho, “Intermodulation Distortion in Microwaves and Wireless Circuits”, 1st Edition ed. Norwood: Artech House, Inc., 2003.
- [5] J.P. Martins, “Estudo de Técnicas de Linearização em Dispositivos de RF”, *Dissertação de Mestrado*, 2004.
- [6] A. Zhu, T.J. Brazil, “An Adaptative Volterra Predistorter for the Linearization of RF High Power Amplifiers”, *IEEE MTT-S*, vol. I, pp. 461-464, May 2002.
- [7] S. Cripps, “RF Power Amplifiers for Wireless Communications”, Artech House, Inc., 1999
- [8] J.C. Pedro, N.B. Carvalho, P.M. Lavrador, “Modeling Nonlinear Behaviour of Band-Pass Memoryless and Dynamic Systems”, *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp Dig.*, Philadelphia, PA, pp. 2133-2136, Jun. 2003.
- [9] N.B. Carvalho, “Optimização da Distorção Não-Linear de Intermodulação em Amplificadores de Sinais Multi-Portadora”, *Tese de Doutoramento*, 1999.
- [10] T.R. Cunha, J.C. Pedro, “Short and long-term modelling via generic FIR filtering”, *Integrated Nonlinear Microwave and Milimeter-wave.Circuits INMmIC2006 Conference*, pp. 146-149, Jan. 2006.
- [11] J. Vuolevi, T. Rahkonen, “Distortion in RF Power Amplifiers”, Artech House, Inc., 2003.
- [12] T.R. Cunha, “Kernels of the amplifier feedback model (and respective feedforward blocks)”, relatório interno IT/WCAS/TRC/07/06 do grupo Wireless Circuits and Systems, Instituto de Telecomunicações, Aveiro, Julho 2006.

Anexos:

Anexo1 – Determinação da função de transferência não linear de 3ª ordem do sistema da Figura 9

Seja $x(t) = e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} + e^{j\omega_3 t}$

$$y(t) = H_1(\omega_1)e^{j\omega_1 t} + H_1(\omega_2)e^{j\omega_2 t} + H_1(\omega_3)e^{j\omega_3 t} + 2!H_2(\omega_1, \omega_2)e^{j(\omega_1 + \omega_2)t} + \dots \\ + 2!H_2(\omega_1, \omega_3)e^{j(\omega_1 + \omega_3)t} + 2!H_2(\omega_2, \omega_3)e^{j(\omega_2 + \omega_3)t} + 3!H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3)e^{j(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t} + \dots$$

Pela Figura 9 vem:

$$e(t) = F(\omega_1)H_1(\omega_1)e^{j\omega_1 t} + F(\omega_2)H_1(\omega_2)e^{j\omega_2 t} + F(\omega_3)H_1(\omega_3)e^{j\omega_3 t} + \dots \\ + 2!F(\omega_1 + \omega_2)H_2(\omega_1, \omega_2)e^{j(\omega_1 + \omega_2)t} + 2!F(\omega_1 + \omega_3)H_2(\omega_1, \omega_3)e^{j(\omega_1 + \omega_3)t} + \dots \\ + 2!F(\omega_2 + \omega_3)H_2(\omega_2, \omega_3)e^{j(\omega_2 + \omega_3)t} + 3!F(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3)e^{j(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t} + \dots \\ + e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} + e^{j\omega_3 t} + \dots$$

O que implica que as componentes à frequência $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3$, na saída do sistema, sejam:

$$y(t) = \sum_n a_n e^{j(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t} (3!a_3 F(\omega_1)H_1(\omega_1)F(\omega_2)H_1(\omega_2)F(\omega_3)H_1(\omega_3) + 3!a_3 F(\omega_1)H_1(\omega_1) + \dots \\ + 3!a_3 F(\omega_2)H_1(\omega_2) + 3!a_3 F(\omega_3)H_1(\omega_3) + 3!a_3 + 3!a_3 F(\omega_1)H_1(\omega_1)F(\omega_2)H_1(\omega_2) + \dots \\ + 3!a_3 F(\omega_1)H_1(\omega_1)F(\omega_3)H_1(\omega_3) + 3!a_3 F(\omega_2)H_1(\omega_2)F(\omega_3)H_1(\omega_3) + \dots \\ + 4a_2 F(\omega_3)H_1(\omega_3)F(\omega_1 + \omega_2)H_2(\omega_1, \omega_2) + 4a_2 F(\omega_1 + \omega_2)H_2(\omega_1, \omega_2) + \dots \\ + 4a_2 F(\omega_1 + \omega_3)H_2(\omega_1, \omega_3) + 4a_2 F(\omega_1 + \omega_3)H_2(\omega_1, \omega_3)F(\omega_2)H_1(\omega_2) + \dots \\ + 4a_2 F(\omega_2 + \omega_3)H_2(\omega_2, \omega_3)F(\omega_1)H_1(\omega_1) + 4a_2 F(\omega_2 + \omega_3)H_2(\omega_2, \omega_3) + \dots \\ + 3!a_1 F(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3)) + \dots$$

Depois de algumas simplificações e considerando $D(\omega) = 1 - a_1 F(\omega)$, obtém-se:

$$H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \frac{1}{D(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)D(\omega_1)D(\omega_2)D(\omega_3)} \left\{ a_3 + \frac{2}{3}a_2^2 \left[\frac{F(\omega_1 + \omega_2)}{D(\omega_1 + \omega_2)} + \frac{F(\omega_1 + \omega_3)}{D(\omega_1 + \omega_3)} + \frac{F(\omega_2 + \omega_3)}{D(\omega_2 + \omega_3)} \right] \right\}$$

Anexo2 – Determinação das funções de transferência não lineares até à 3ª ordem da cascata de dois sistemas.

Se $x(t) = e^{j\omega t}$

$$y^A(t) = H_1^A(\omega)e^{j\omega t} + \dots$$

$$y(t) = H_1^B(\omega)H_1^A(\omega)e^{j\omega t} + \dots$$

$$\Rightarrow H_1(\omega) = H_1^A(\omega)H_1^B(\omega)$$

Se $x(t) = e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t}$

$$y^A(t) = H_1^A(\omega_1)e^{j\omega_1 t} + H_1^A(\omega_2)e^{j\omega_2 t} + 2H_2^A(\omega_1, \omega_2)e^{j(\omega_1 + \omega_2)t} + \dots$$

$$y(t) = e^{j(\omega_1 + \omega_2)t} [2H_2^B(\omega_1, \omega_2)H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_2) + 2H_1^B(\omega_1 + \omega_2)H_2^A(\omega_1, \omega_2)] + \dots$$

$$\Rightarrow H_2(\omega_1, \omega_2) = H_2^B(\omega_1, \omega_2)H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_2) + H_1^B(\omega_1 + \omega_2)H_2^A(\omega_1, \omega_2)$$

Se $x(t) = e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t} + e^{j\omega_3 t}$

$$y^A(t) = H_1^A(\omega_1)e^{j\omega_1 t} + H_1^A(\omega_2)e^{j\omega_2 t} + H_1^A(\omega_3)e^{j\omega_3 t} + 2H_2^A(\omega_1, \omega_2)e^{j(\omega_1 + \omega_2)t} + \dots$$

$$+ 2H_2^A(\omega_1, \omega_3)e^{j(\omega_1 + \omega_3)t} + 2H_2^A(\omega_2, \omega_3)e^{j(\omega_2 + \omega_3)t} + 6H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3)e^{j(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t} + \dots$$

$$y(t) = e^{j(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t} \left[\begin{aligned} &6H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_2)H_1^A(\omega_3)H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_3) + 4H_1^A(\omega_3)H_2^A(\omega_1, \omega_2)H_2^B(\omega_1 + \omega_2, \omega_3) \\ &+ 4H_1^A(\omega_2)H_2^A(\omega_1, \omega_3)H_2^B(\omega_1 + \omega_3, \omega_2) + 4H_2^A(\omega_2, \omega_3)H_1^A(\omega_1)H_2^B(\omega_2 + \omega_3, \omega_1) \\ &+ 6H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3)H_1^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) \end{aligned} \right] + \dots$$

Dividindo a componente à frequência $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3$ por $3!e^{j(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t}$ vem:

$$H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_2)H_1^A(\omega_3)H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_3) + H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3)H_1^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) + \dots$$

$$+ \frac{2}{3} \left[\begin{aligned} &H_1^A(\omega_3)H_2^A(\omega_1, \omega_2)H_2^B(\omega_1 + \omega_2, \omega_3) + H_1^A(\omega_2)H_2^A(\omega_1, \omega_3)H_2^B(\omega_1 + \omega_3, \omega_2) + \dots \\ &+ H_2^A(\omega_2, \omega_3)H_1^A(\omega_1)H_2^B(\omega_2 + \omega_3, \omega_1) \end{aligned} \right]$$

Anexo 3 – Determinação da função de transferência não linear de 5ª ordem da cascata de dois sistemas.

$$y^A(t) = H_1^A(\omega_1)e^{j\omega_1 t} + H_1^A(\omega_2)e^{j\omega_2 t} + H_1^A(\omega_3)e^{j\omega_3 t} + H_1^A(\omega_4)e^{j\omega_4 t} + H_1^A(\omega_5)e^{j\omega_5 t} + \dots$$

$$+ 2!H_2^A(\omega_1, \omega_2)e^{j(\omega_1 + \omega_2)t} + 2!H_2^A(\omega_1, \omega_3)e^{j(\omega_1 + \omega_3)t} + 2!H_2^A(\omega_1, \omega_4)e^{j(\omega_1 + \omega_4)t} + \dots$$

$$+ 2!H_2^A(\omega_1, \omega_5)e^{j(\omega_1 + \omega_5)t} + 2!H_2^A(\omega_2, \omega_3)e^{j(\omega_2 + \omega_3)t} + 2!H_2^A(\omega_2, \omega_4)e^{j(\omega_2 + \omega_4)t} + \dots$$

$$+ 2!H_2^A(\omega_2, \omega_5)e^{j(\omega_2 + \omega_5)t} + 2!H_2^A(\omega_3, \omega_4)e^{j(\omega_3 + \omega_4)t} + 2!H_2^A(\omega_3, \omega_5)e^{j(\omega_3 + \omega_5)t} + \dots$$

$$+ 2!H_2^A(\omega_4, \omega_5)e^{j(\omega_4 + \omega_5)t} + 3!H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3)e^{j(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t} + \dots$$

$$+ 3!H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_4)e^{j(\omega_1 + \omega_2 + \omega_4)t} + 3!H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_5)e^{j(\omega_1 + \omega_2 + \omega_5)t} + 3!H_3^A(\omega_1, \omega_3, \omega_4)e^{j(\omega_1 + \omega_3 + \omega_4)t} + \dots$$

$$+ 3!H_3^A(\omega_1, \omega_3, \omega_5)e^{j(\omega_1 + \omega_3 + \omega_5)t} + 3!H_3^A(\omega_2, \omega_3, \omega_4)e^{j(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4)t} + 3!H_3^A(\omega_2, \omega_3, \omega_5)e^{j(\omega_2 + \omega_3 + \omega_5)t} + \dots$$

$$+ 3!H_3^A(\omega_3, \omega_4, \omega_5)e^{j(\omega_3 + \omega_4 + \omega_5)t} + 5!H_5^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5) + \dots$$

Considerando que $H_2^A(\omega_1, \omega_2) = 0$ e $H_4^A(\omega_1, \omega_2) = 0$ vem:

$$\begin{aligned}
 y^A(t) = & H_1^A(\omega_1)e^{j\omega_1 t} + H_1^A(\omega_2)e^{j\omega_2 t} + H_1^A(\omega_3)e^{j\omega_3 t} + H_1^A(\omega_4)e^{j\omega_4 t} + H_1^A(\omega_5)e^{j\omega_5 t} + \dots \\
 & + 3!H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3)e^{j(\omega_1+\omega_2+\omega_3)t} + 3!H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_4)e^{j(\omega_1+\omega_2+\omega_4)t} + \dots \\
 & + 3!H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_5)e^{j(\omega_1+\omega_2+\omega_5)t} + 3!H_3^A(\omega_1, \omega_3, \omega_4)e^{j(\omega_1+\omega_3+\omega_4)t} + 3!H_3^A(\omega_1, \omega_3, \omega_5)e^{j(\omega_1+\omega_3+\omega_5)t} + \dots \\
 & + 3!H_3^A(\omega_1, \omega_4, \omega_5)e^{j(\omega_1+\omega_4+\omega_5)t} + 3!H_3^A(\omega_2, \omega_3, \omega_4)e^{j(\omega_2+\omega_3+\omega_4)t} + 3!H_3^A(\omega_2, \omega_3, \omega_5)e^{j(\omega_2+\omega_3+\omega_5)t} + \dots \\
 & + 3!H_3^A(\omega_2, \omega_4, \omega_5) + 3!H_3^A(\omega_3, \omega_4, \omega_5)e^{j(\omega_3+\omega_4+\omega_5)t} + 5!H_5^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5) + \dots
 \end{aligned}$$

Obtêm-se assim as seguintes componentes na saída do sistema à frequência $(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5)$:

$$y(t) = e^{j(\omega_1+\omega_2+\omega_3+\omega_4+\omega_5)t} \left[\begin{aligned} & 120H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_2)H_1^A(\omega_3)H_1^A(\omega_4)H_1^A(\omega_5)H_5^B(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5) + \dots \\ & + 36H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3)H_1^A(\omega_4)H_1^A(\omega_5)H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3, \omega_4, \omega_5) + \dots \\ & + 36H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_4)H_1^A(\omega_3)H_1^A(\omega_5)H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_4, \omega_3, \omega_5) + \dots \\ & + 36H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_5)H_1^A(\omega_3)H_1^A(\omega_4)H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_5, \omega_3, \omega_4) + \dots \\ & + 36H_3^A(\omega_1, \omega_3, \omega_4)H_1^A(\omega_2)H_1^A(\omega_5)H_3^B(\omega_1 + \omega_3 + \omega_4, \omega_2, \omega_5) + \dots \\ & + 36H_3^A(\omega_1, \omega_3, \omega_5)H_1^A(\omega_2)H_1^A(\omega_4)H_3^B(\omega_1 + \omega_3 + \omega_5, \omega_2, \omega_4) + \dots \\ & + 36H_3^A(\omega_1, \omega_4, \omega_5)H_1^A(\omega_2)H_1^A(\omega_3)H_3^B(\omega_1 + \omega_4 + \omega_5, \omega_2, \omega_3) + \dots \\ & + 36H_3^A(\omega_2, \omega_3, \omega_4)H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_5)H_3^B(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4, \omega_1, \omega_5) + \dots \\ & + 36H_3^A(\omega_2, \omega_3, \omega_5)H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_4)H_3^B(\omega_2 + \omega_3 + \omega_5, \omega_1, \omega_4) + \dots \\ & + 36H_3^A(\omega_2, \omega_4, \omega_5)H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_3)H_3^B(\omega_2 + \omega_4 + \omega_5, \omega_1, \omega_3) + \dots \\ & + 36H_3^A(\omega_3, \omega_4, \omega_5)H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_2)H_3^B(\omega_3 + \omega_4 + \omega_5, \omega_1, \omega_2) + \dots \\ & + 36H_3^A(\omega_2, \omega_4, \omega_3)H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_3)H_3^B(\omega_2 + \omega_4 + \omega_3, \omega_1, \omega_3) + \dots \\ & + 36H_3^A(\omega_2, \omega_3, \omega_4)H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_4)H_3^B(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4, \omega_1, \omega_4) + \dots \\ & + 120H_5^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5)H_1^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5) \end{aligned} \right] + \dots$$

Resulta então a função de transferência não linear de *Volterra* de 5ª ordem da cascata, sendo esta dada por:

$$\begin{aligned}
 H_5(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5) = & H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_2)H_1^A(\omega_3)H_1^A(\omega_4)H_1^A(\omega_5)H_5^B(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5) + \dots \\
 & + H_5^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5)H_1^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5) + \dots \\
 & + \frac{3}{10} \left[\begin{aligned} & H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3)H_1^A(\omega_4)H_1^A(\omega_5)H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3, \omega_4, \omega_5) + \dots \\ & + H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_4)H_1^A(\omega_3)H_1^A(\omega_5)H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_4, \omega_3, \omega_5) + \dots \\ & + H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_5)H_1^A(\omega_3)H_1^A(\omega_4)H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_5, \omega_3, \omega_4) + \dots \\ & + H_3^A(\omega_1, \omega_3, \omega_4)H_1^A(\omega_2)H_1^A(\omega_5)H_3^B(\omega_1 + \omega_3 + \omega_4, \omega_2, \omega_5) + \dots \\ & + H_3^A(\omega_1, \omega_3, \omega_5)H_1^A(\omega_2)H_1^A(\omega_4)H_3^B(\omega_1 + \omega_3 + \omega_5, \omega_2, \omega_4) + \dots \\ & + H_3^A(\omega_1, \omega_4, \omega_5)H_1^A(\omega_2)H_1^A(\omega_3)H_3^B(\omega_1 + \omega_4 + \omega_5, \omega_2, \omega_3) + \dots \\ & + H_3^A(\omega_2, \omega_3, \omega_4)H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_5)H_3^B(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4, \omega_1, \omega_5) + \dots \\ & + H_3^A(\omega_2, \omega_3, \omega_5)H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_4)H_3^B(\omega_2 + \omega_3 + \omega_5, \omega_1, \omega_4) + \dots \\ & + H_3^A(\omega_2, \omega_4, \omega_5)H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_3)H_3^B(\omega_2 + \omega_4 + \omega_5, \omega_1, \omega_3) + \dots \\ & + H_3^A(\omega_3, \omega_4, \omega_5)H_1^A(\omega_1)H_1^A(\omega_2)H_3^B(\omega_3 + \omega_4 + \omega_5, \omega_1, \omega_2) + \dots \end{aligned} \right]
 \end{aligned}$$

Anexo 4 – Cálculo da função de transferência não linear de 5ª ordem do pré-distorçor

Sendo $H_3^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = -\frac{1}{c_1} H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ vem:

$$\begin{aligned}
 0 &= H_5^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5) c_1 - \frac{3}{10c_1} \left[H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_3) H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3, \omega_4, \omega_5) + \dots \right. \\
 &+ H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_4) H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_4, \omega_3, \omega_5) + H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_5) H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_5, \omega_3, \omega_4) + \dots \\
 &+ H_3^B(\omega_1, \omega_3, \omega_4) H_3^B(\omega_1 + \omega_3 + \omega_4, \omega_2, \omega_5) + H_3^B(\omega_1, \omega_3, \omega_5) H_3^B(\omega_1 + \omega_3 + \omega_5, \omega_2, \omega_4) + \dots \\
 &+ H_3^B(\omega_1, \omega_4, \omega_5) H_3^B(\omega_1 + \omega_4 + \omega_5, \omega_2, \omega_3) + H_3^B(\omega_2, \omega_3, \omega_4) H_3^B(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4, \omega_1, \omega_5) + \dots \\
 &+ H_3^B(\omega_3, \omega_4, \omega_5) H_3^B(\omega_3 + \omega_4 + \omega_5, \omega_1, \omega_2) + H_3^B(\omega_2, \omega_4, \omega_5) H_3^B(\omega_2 + \omega_4 + \omega_5, \omega_1, \omega_3) + \dots \\
 &\left. + H_3^B(\omega_2, \omega_3, \omega_5) H_3^B(\omega_2 + \omega_3 + \omega_5, \omega_1, \omega_4) \right] \\
 \Leftrightarrow H_5^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5) &= \frac{3}{10c_1^2} \left[H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_3) H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3, \omega_4, \omega_5) + \dots \right. \\
 &+ H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_4) H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_4, \omega_3, \omega_5) + H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_5) H_3^B(\omega_1 + \omega_2 + \omega_5, \omega_3, \omega_4) + \dots \\
 &+ H_3^B(\omega_1, \omega_3, \omega_4) H_3^B(\omega_1 + \omega_3 + \omega_4, \omega_2, \omega_5) + H_3^B(\omega_1, \omega_3, \omega_5) H_3^B(\omega_1 + \omega_3 + \omega_5, \omega_2, \omega_4) + \dots \\
 &+ H_3^B(\omega_1, \omega_4, \omega_5) H_3^B(\omega_1 + \omega_4 + \omega_5, \omega_2, \omega_3) + H_3^B(\omega_2, \omega_3, \omega_4) H_3^B(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4, \omega_1, \omega_5) + \dots \\
 &+ H_3^B(\omega_3, \omega_4, \omega_5) H_3^B(\omega_3 + \omega_4 + \omega_5, \omega_1, \omega_2) + H_3^B(\omega_2, \omega_4, \omega_5) H_3^B(\omega_2 + \omega_4 + \omega_5, \omega_1, \omega_3) + \dots \\
 &\left. + H_3^B(\omega_2, \omega_3, \omega_5) H_3^B(\omega_2 + \omega_3 + \omega_5, \omega_1, \omega_4) \right]
 \end{aligned}$$

Sendo $H_3^B(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \frac{1}{3} [G(\omega_1 + \omega_2) + G(\omega_1 + \omega_3) + G(\omega_2 + \omega_3)]$ vem:

$$H_5^A(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5) = \frac{1}{30c_1^2} \left\{ \begin{aligned} &[G(\omega_1 + \omega_2) + G(\omega_1 + \omega_3) + G(\omega_2 + \omega_3)] \\ &[G(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) + G(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_5) + G(\omega_4 + \omega_5)] + \dots \\ &+ [G(\omega_1 + \omega_2) + G(\omega_1 + \omega_4) + G(\omega_2 + \omega_4)] \\ &[G(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) + G(\omega_1 + \omega_2 + \omega_4 + \omega_5) + G(\omega_3 + \omega_5)] + \dots \\ &+ [G(\omega_1 + \omega_2) + G(\omega_1 + \omega_5) + G(\omega_2 + \omega_5)] \\ &[G(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_5) + G(\omega_1 + \omega_2 + \omega_4 + \omega_5) + G(\omega_3 + \omega_4)] + \dots \\ &+ [G(\omega_1 + \omega_3) + G(\omega_1 + \omega_4) + G(\omega_3 + \omega_4)] \\ &[G(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) + G(\omega_1 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5) + G(\omega_2 + \omega_5)] + \dots \end{aligned} \right\}$$

Anexo 5 – Ficheiros Matlab de Simulação do Linearizador aplicado a um Amplificador de Potência

a) função principal (main)

```
clear all;
close all;
%load data
load ModelParam_12dBm
%Simula apenas amplificador
[to,yo,y1,y3,y5]=SimulateModel(ti,xi,f_in,H_in,c1,f_low,G_low,f_2nd,G_2nd,0);
%Representação do sinal à saída do amplificador
Fs=1/to(2);
N=length(yo)
f=(0:(N-1))*Fs/N;
Y0=fft(yo);
Y_abs_0=abs(Y0*2/N);
Y_pha_c0=unwrap(angle(Y0));
figure;
plot(f(1:N/2),20*log10(Y_abs_0(1:N/2)),'r');
xlabel('Frequência');ylabel('20log10(abs(Vo))');grid on;
%Representação do sinal de entrada após amplificação linear
hold on;
Xi=fft(c1*xi);X_abs=abs(Xi*2/length(xi));
plot(f(1:N/2),20*log10(X_abs(1:N/2)),'b')
%Simula conjunto pre-distorçor + amplificador
[to,ydo,yd1,yd3,yd5]=SimulatePredistModel(ti,xi,f_in,H_in,c1,f_low,G_low,f_2nd,G_2nd,0);
[to,yo,y1,y3,y5]=SimulateModel(to,ydo,f_in,H_in,c1,f_low,G_low,f_2nd,G_2nd,0);
%Representação do sinal à saída do amplificador
Fs=1/to(2);
N=length(yo)
f=(0:(N-1))*Fs/N;
Y0=fft(yo);
Y_abs_0=abs(Y0*2/N);
Y_pha_c0=unwrap(angle(Y0));
hold on;
plot(f(1:N/2),20*log10(Y_abs_0(1:N/2)),'g');
legend('Amplificador','Sinal Linear','Amplificador + Pré-Distorçor');
grid minor;
```

b) Função de Simulação do Modelo do PA

```
function [to,yo,y1,y3,y5]=SimulateModel(ti,xi,f_Hin,Hin,c1,f_low,G_low,f_2nd,G_2nd,k5)
% [to,yo,y1,y3,y5]=SimulateModel(ti,xi,f_Hin,Hin,c1,f_low,G_low,f_2nd,G_2nd,k5)
% Simulates the PA model described in IT/WCAS/TRC/007/06 up to the 5th order kernel.
% Input arguments:
% ti - vector (Mx1) with the time instants of the input signal xi (in seconds).
% M must be an even value.
% xi - vector (Mx1) with the values of the input signal.
% f_Hin - vector (Rx1) with the frequency values of the input filter Hin
% (this is given for positive frequencies only, and at the fundamental band), in Hz.
% Hin - vector (Rx1) with the complex values of the input filter
% (only for positive frequency, fundamental band). The module of this
% filter is unitary.
% c1 - real-valued gain of the linear branch.
```

```

% f_low - vector (Nx1) with the frequency values of the base-band filter
% of the model (3rd order kernel branch). This must go from
% -max(f_low) to max(f_low), in Hz.
% G_low - vector (Nx1) with the base-band filter complex values (for
% negative and positive frequencies).
% f_2nd - vector (Qx1) with the frequency values of the 2nd harmonic
% filter of the model (3rd order kernel branch). This must have
% only the positive frequency values, in Hz.
% G_2nd - vector (Qx1) with the complex values of the 2nd harmonic
% filter, only for the positive frequency band.
% k5 - vector (5x1) with the 5 multiplicative coefficients of the 5th
% order kernel model (simplified to the 5 branches model, that is,
% considering that the 3rd harmonic of filter G(w) is flat). If
% only the components up to 3rd order are to be simulated, pass
% through k5 a vector of 5 zeros.
% Output arguments:
% to - vector (Tx1) with the time instants for the output signal (in
% seconds).
% yo - vector (Tx1) with the values of the model output signal.
% y1 - vector (Tx1) with the values of the model output signal produced
% by 1st order components.
% y3 - vector (Tx1) with the values of the model output signal due to
% 3rd order components.
% y5 - vector (Tx1) with the values of the model output signal due to
% 5th order components.
% Created by Telmo Reis Cunha - November 2006.
% Status: Not working (still under development).
% Last status update: 09/Nov/2006 (date of creation).

% Introducing the time delay and phase offset in the input signal:
N = length(ti);
%MidPt = (N-1)/2+1;
MidPt = N/2;
dti = ti(2) - ti(1);
Ti = ti(end) + dti;
%fi = [(-1/(2*dti)):(1/Ti):(1/(2*dti))];
fmax = 1/(2*dti);
df = 1/Ti;
fi = [(-MidPt*df):df:-df 0:df:((MidPt-1)*df)];
%xi = xi.*(blackman(N)./hamming(N).^1.72);
%xi = xi.*kaiser(N,7.865);
Xi = fft(xi)/N;
Xi = [Xi((MidPt+1):N,1); Xi(1:MidPt,1)];
[i,m] = min(abs(fi-min(f_Hin)));
m = m - 1;
[i,n] = min(abs(fi-max(f_Hin)));
n = n + 1;
j = sqrt(-1);
Hi = zeros(N,1);
Hi(m:n,1) = interp1(f_Hin,Hin,fi(m:n,1),'spline');
Hi((N-m+1):-1:(N-n+1),1) = interp1(f_Hin,conj(Hin),fi(m:n,1),'spline');
%plot(f_Hin,angle(Hin)*180/pi,fi,angle(Hi)*180/pi,'r',fi,angle(Hi.*Xi)*180/pi,'g');
Xi = Hi.*Xi;
%Xi = [Xi(MidPt:N,1); Xi(1:(MidPt-1),1)];
Xi = [Xi((MidPt+1):N,1); Xi(1:MidPt,1)];
xi = real(ifft(Xi)*N);
%xi = xi./kaiser(N,7.865);
% Processing the linear component of the output:

```

```

yo_1st = c1*xi;
% Processing the 3rd order branch:
y2 = xi.*xi;
%y2 = y2.*kaiser(N,7.865);
Y2 = fft(y2)/N;
Y2 = [Y2((MidPt+1):N,1); Y2(1:MidPt,1)];
f2 = fi;
[i,m] = min(abs(f2-min(f_low)));
m = m - 1;
[i,n] = min(abs(f2-max(f_low)));
n = n + 1;
f_LOW = f2(m:n,1);
G_LOW = interp1(f_low,G_low,f_LOW,'spline');
Y_LOW = G_LOW.*Y2(m:n,1);
[i,q] = min(abs(f2-min(f_2nd)));
q = q - 1;
[i,w] = min(abs(f2-max(f_2nd)));
w = w + 1;
Y_2ND = zeros(N,1);
f_2ND = f2(q:w,1);
G_2ND = interp1(f_2nd,G_2nd,f_2ND,'spline');
Y_2ND(q:w,1) = G_2ND.*Y2(q:w,1);
Y_2ND((N-q+1):-1:(N-w+1),1) = conj(G_2ND).*Y2((N-q+1):-1:(N-w+1),1);
Y_2ND(m:n,1) = Y_LOW;
%Y_2ND = [Y_2ND(MidPt:N,1); Y_2ND(1:(MidPt-1))];
Y_2ND = [Y_2ND((MidPt+1):N,1); Y_2ND(1:MidPt)];
y2 = real(ifft(Y_2ND)*N);
%y2 = y2./kaiser(N,7.865);
yo_3rd = xi.*y2;
%yo_3rd = yo_3rd.*kaiser(N,7.865);
Y2 = fft(yo_3rd)/N;
Y2 = [Y2((MidPt+1):N,1); Y2(1:MidPt,1)];
BW = max(f_Hin)-min(f_Hin);
[i,m] = min(abs(f2-(min(f_Hin)-3*BW)));
m = m - 1;
[i,n] = min(abs(f2-(max(f_Hin)+3*BW)));
n = n + 1;
[i,q] = min(abs(f2+(max(f_Hin)+3*BW)));
q = q - 1;
[i,w] = min(abs(f2+(min(f_Hin)-3*BW)));
w = w + 1;
Y2(1:q,1) = 0;
Y2(w:m,1) = 0;
Y2(n:N,1) = 0;
%Y2 = [Y2(MidPt:N,1); Y2(1:(MidPt-1))];
Y2 = [Y2((MidPt+1):N,1); Y2(1:MidPt)];
yo_3rd = real(ifft(Y2)*N);
%yo_3rd = yo_3rd./kaiser(N,7.865);
% Processing the 5th order branches (using 5 branch model, where 3rd order
% filter is considered to be flat):
yo_5th = zeros(N,1);
if max(abs(k5)) > 0
    % 1st branch:
    y5_1 = k5(1)*xi.^5;
    % 2nd branch:
    y5_2a = xi.^3;
    y5_2b = xi.^2;
    %y5_2b = y5_2b.*kaiser(N,7.865);

```

```

Y2b = fft(y5_2b)/N;
Y2b = [Y2b((MidPt+1):N,1); Y2b(1:MidPt,1)];
f2b = fi;
[i,m] = min(abs(f2b-min(f_low)));
m = m - 1;
[i,n] = min(abs(f2b-max(f_low)));
n = n + 1;
f_LOW = f2b(m:n,1);
G_LOW = interp1(f_low,G_low,f_LOW,'spline');
Y_LOW = G_LOW.*Y2b(m:n,1);
[i,q] = min(abs(f2b-min(f_2nd)));
q = q - 1;
[i,w] = min(abs(f2b-max(f_2nd)));
w = w + 1;
Y_2ND = zeros(N,1);
f_2ND = f2b(q:w,1);
G_2ND = interp1(f_2nd,G_2nd,f_2ND,'spline');
Y_2ND(q:w,1) = G_2ND.*Y2b(q:w,1);
Y_2ND((N-q+1):-1:(N-w+1),1) = conj(G_2ND).*Y2b((N-q+1):-1:(N-w+1),1);
Y_2ND(m:n,1) = Y_LOW;
%Y_2ND = [Y_2ND(MidPt:N,1); Y_2ND(1:(MidPt-1))];
Y_2ND = [Y_2ND((MidPt+1):N,1); Y_2ND(1:MidPt)];
y5_2b = real(ifft(Y_2ND)*N);
y5_2 = k5(2)*y5_2a.*y5_2b;
% 3rd branch:
y5_3 = xi.^2;
%y5_3 = y5_3.*kaiser(N,7.865);
Y3 = fft(y5_3)/N;
Y3 = [Y3((MidPt+1):N,1); Y3(1:MidPt,1)];
f3 = fi;
[i,m] = min(abs(f3-min(f_low)));
m = m - 1;
[i,n] = min(abs(f3-max(f_low)));
n = n + 1;
f_LOW = f3(m:n,1);
G_LOW = interp1(f_low,G_low,f_LOW,'spline');
Y_LOW = G_LOW.*Y3(m:n,1);
[i,q] = min(abs(f3-min(f_2nd)));
q = q - 1;
[i,w] = min(abs(f3-max(f_2nd)));
w = w + 1;
Y_2ND = zeros(N,1);
f_2ND = f3(q:w,1);
G_2ND = interp1(f_2nd,G_2nd,f_2ND,'spline');
Y_2ND(q:w,1) = G_2ND.*Y3(q:w,1);
Y_2ND((N-q+1):-1:(N-w+1),1) = conj(G_2ND).*Y3((N-q+1):-1:(N-w+1),1);
Y_2ND(m:n,1) = Y_LOW;
%Y_2ND = [Y_2ND(MidPt:N,1); Y_2ND(1:(MidPt-1))];
Y_2ND = [Y_2ND((MidPt+1):N,1); Y_2ND(1:MidPt)];
y5_3 = real(ifft(Y_2ND)*N);
y5_3 = k5(3)*xi.*(y5_3.^2);
% 4th branch:
y5_4 = xi.^4;
%y5_4 = y5_4.*kaiser(N,7.865);
Y4 = fft(y5_4)/N;
Y4 = [Y4((MidPt+1):N,1); Y4(1:MidPt,1)];
f4 = fi;
[i,m] = min(abs(f4-min(f_low)));

```

```

m = m - 1;
[i,n] = min(abs(f4-max(f_low)));
n = n + 1;
f_LOW = f4(m:n,1);
G_LOW = interp1(f_low,G_low,f_LOW,'spline');
Y_LOW = G_LOW.*Y4(m:n,1);
[i,q] = min(abs(f4-min(f_2nd)));
q = q - 1;
[i,w] = min(abs(f4-max(f_2nd)));
w = w + 1;
Y_2ND = zeros(N,1);
f_2ND = f4(q:w,1);
G_2ND = interp1(f_2nd,G_2nd,f_2ND,'spline');
Y_2ND(q:w,1) = G_2ND.*Y4(q:w,1);
Y_2ND((N-q+1):-1:(N-w+1),1) = conj(G_2ND).*Y4((N-q+1):-1:(N-w+1),1);
Y_2ND(m:n,1) = Y_LOW;
%Y_2ND = [Y_2ND(MidPt:N,1); Y_2ND(1:(MidPt-1))];
Y_2ND = [Y_2ND((MidPt+1):N,1); Y_2ND(1:MidPt)];
y5_4 = real(ifft(Y_2ND)*N);
y5_4 = k5(4)*xi.*y5_4;
% 5th branch:
y5_5a = xi.^2;
y5_5b = xi.^2;
%y5_5b = y5_5b.*kaiser(N,7.865);
Y5b = fft(y5_5b)/N;
Y5b = [Y5b((MidPt+1):N,1); Y5b(1:MidPt,1)];
f5b = fi;
[i,m] = min(abs(f5b-min(f_low)));
m = m - 1;
[i,n] = min(abs(f5b-max(f_low)));
n = n + 1;
f_LOW = f5b(m:n,1);
G_LOW = interp1(f_low,G_low,f_LOW,'spline');
Y_LOW = G_LOW.*Y5b(m:n,1);
[i,q] = min(abs(f5b-min(f_2nd)));
q = q - 1;
[i,w] = min(abs(f5b-max(f_2nd)));
w = w + 1;
Y_2ND = zeros(N,1);
f_2ND = f5b(q:w,1);
G_2ND = interp1(f_2nd,G_2nd,f_2ND,'spline');
Y_2ND(q:w,1) = G_2ND.*Y5b(q:w,1);
Y_2ND((N-q+1):-1:(N-w+1),1) = conj(G_2ND).*Y5b((N-q+1):-1:(N-w+1),1);
Y_2ND(m:n,1) = Y_LOW;
%Y_2ND = [Y_2ND(MidPt:N,1); Y_2ND(1:(MidPt-1))];
Y_2ND = [Y_2ND((MidPt+1):N,1); Y_2ND(1:MidPt)];
y5_5b = real(ifft(Y_2ND)*N);
y5_5c = y5_5a.*y5_5b;
%y5_5c = y5_5c.*kaiser(N,7.865);
Y5c = fft(y5_5c)/N;
Y5c = [Y5c((MidPt+1):N,1); Y5c(1:MidPt,1)];
f5c = fi;
[i,m] = min(abs(f5c-min(f_low)));
m = m - 1;
[i,n] = min(abs(f5c-max(f_low)));
n = n + 1;
f_LOW = f5c(m:n,1);
G_LOW = interp1(f_low,G_low,f_LOW,'spline');

```

```

Y_LOW = G_LOW.*Y5c(m:n,1);
[i,q] = min(abs(f5c-min(f_2nd)));
q = q - 1;
[i,w] = min(abs(f5c-max(f_2nd)));
w = w + 1;
Y_2ND = zeros(N,1);
f_2ND = f5c(q:w,1);
G_2ND = interp1(f_2nd,G_2nd,f_2ND,'spline');
Y_2ND(q:w,1) = G_2ND.*Y5c(q:w,1);
Y_2ND((N-q+1):-1:(N-w+1),1) = conj(G_2ND).*Y5c((N-q+1):-1:(N-w+1),1);
Y_2ND(m:n,1) = Y_LOW;
%Y_2ND = [Y_2ND(MidPt:N,1); Y_2ND(1:(MidPt-1))];
Y_2ND = [Y_2ND((MidPt+1):N,1); Y_2ND(1:MidPt)];
y5_5c = real(ifft(Y_2ND)*N);
y5_5 = k5(5)*xi.*y5_5c;
% Generating the 5th order output component:
yo_5th = y5_1 + y5_2 + y5_3 + y5_4 + y5_5;
% Keeping just the components at the fundamental band:
%yo_5th = yo_5th.*kaiser(N,7.865);
Y2 = fft(yo_5th)/N;
Y2 = [Y2((MidPt+1):N,1); Y2(1:MidPt,1)];
BW = max(f_Hin)-min(f_Hin);
[i,m] = min(abs(f2-(min(f_Hin)-3*BW)));
m = m - 1;
[i,n] = min(abs(f2-(max(f_Hin)+3*BW)));
n = n + 1;
[i,q] = min(abs(f2+(max(f_Hin)+3*BW)));
q = q - 1;
[i,w] = min(abs(f2+(min(f_Hin)-3*BW)));
w = w + 1;
Y2(1:q,1) = 0;
Y2(w:m,1) = 0;
Y2(n:N,1) = 0;
%Y2 = [Y2(MidPt:N,1); Y2(1:(MidPt-1))];
Y2 = [Y2((MidPt+1):N,1); Y2(1:MidPt)];
yo_5th = real(ifft(Y2)*N);
%yo_5th = yo_5th./kaiser(N,7.865);
end
% Processing the output signal:
to = ti;
yo = yo_1st + yo_3rd + yo_5th;
y1 = yo_1st;
y3 = yo_3rd;
y5 = yo_5th;
% Temporary:
%yo = xi;

```

c) Função de Simulação do Linearizador do PA

```

function [to,yo,y1,y3,y5]=SimulatePredistModel(ti,xi,f_Hin,Hin,c1,f_low,G_low,f_2nd,G_2nd,k5)
%[to,yo,y1,y3,y5]=SimulateModel(ti,xi,f_Hin,Hin,c1,f_low,G_low,f_2nd,G_2nd,k5)
% Simulates the PA model described in IT/WCAS/TRC/007/06 up to the 5th
% order kernel.
% Input arguments:
% ti - vector (Mx1) with the time instants of the input signal xi (in
% seconds). M must be an even value.
% xi - vector (Mx1) with the values of the input signal.
% f_Hin - vector (Rx1) with the frequency values of the input filter Hin

```

```

% (this is given for positive frequencies only, and at the
% fundamental band), in Hz.
% Hin - vector (Rx1) with the complex values of the input filter (only
% for positive frequency, fundamental band). The module of this
% filter is unitary.
% c1 - real-valued gain of the linear branch.
% f_low - vector (Nx1) with the frequency values of the base-band filter
% of the model (3rd order kernel branch). This must go from
% -max(f_low) to max(f_low), in Hz.
% G_low - vector (Nx1) with the base-band filter complex values (for
% negative and positive frequencies).
% f_2nd - vector (Qx1) with the frequency values of the 2nd harmonic
% filter of the model (3rd order kernel branch). This must have
% only the positive frequency values, in Hz.
% G_2nd - vector (Qx1) with the complex values of the 2nd harmonic
% filter, only for the positive frequency band.
% k5 - vector (5x1) with the 5 multiplicative coefficients of the 5th
% order kernel model (simplified to the 5 branches model, that is,
% considering that the 3rd harmonic of filter G(w) is flat). If
% only the components up to 3rd order are to be simulated, pass
% through k5 a vector of 5 zeros.
% Output arguments:
% to - vector (Tx1) with the time instants for the output signal (in
% seconds).
% yo - vector (Tx1) with the values of the model output signal.
% y1 - vector (Tx1) with the values of the model output signal produced
% by 1st order components.
% y3 - vector (Tx1) with the values of the model output signal due to
% 3rd order components.
% y5 - vector (Tx1) with the values of the model output signal due to
% 5th order components.
% Created by Telmo Reis Cunha - November 2006.
% Status: Not working (still under development).
% Last status update: 09/Nov/2006 (date of creation).
% Introducing the time delay and phase offset in the input signal:
N = length(ti);
%MidPt = (N-1)/2+1;
MidPt = N/2;
dti = ti(2) - ti(1);
Ti = ti(end) + dti;
%fi = [(-1/(2*dti)):(1/Ti):(1/(2*dti))];
fmax = 1/(2*dti);
df = 1/Ti;
fi = [(-MidPt*df):df:-df 0:df:(MidPt-1)*df]';
%xi = xi.*(blackman(N)./hamming(N).^1.72);
%xi = xi.*kaiser(N,7.865);
Xi = fft(xi)/N;
Xi = [Xi((MidPt+1):N,1); Xi(1:MidPt,1)];
[i,m] = min(abs(fi-min(f_Hin)));
m = m - 1;
[i,n] = min(abs(fi-max(f_Hin)));
n = n + 1;
j = sqrt(-1);
Hi = zeros(N,1);
Hi(m:n,1) = interp1(f_Hin,Hin,fi(m:n,1),'spline');
Hi((N-m+1):-1:(N-n+1),1) = interp1(f_Hin,conj(Hin),fi(m:n,1),'spline');
%plot(f_Hin,angle(Hin)*180/pi,fi,angle(Hi)*180/pi,'r',fi,angle(Hi.*Xi)*180/pi,'g');
Xi = Hi.*Xi;

```

```

%Xi = [Xi(MidPt:N,1); Xi(1:(MidPt-1),1)];
Xi = [Xi((MidPt+1):N,1); Xi(1:MidPt,1)];
xi = real(iff(Xi)*N);
%xi = xi./kaiser(N,7.865);
% Processing the linear component of the output:
yo_1st = c1*xi;
% Processing the 3rd order branch:
y2 = xi.*xi;
%y2 = y2.*kaiser(N,7.865);
Y2 = fft(y2)/N;
Y2 = [Y2((MidPt+1):N,1); Y2(1:MidPt,1)];
f2 = fi;
[i,m] = min(abs(f2-min(f_low)));
m = m - 1;
[i,n] = min(abs(f2-max(f_low)));
n = n + 1;
f_LOW = f2(m:n,1);
G_LOW = interp1(f_low,G_low,f_LOW,'spline');
Y_LOW = G_LOW.*Y2(m:n,1);
[i,q] = min(abs(f2-min(f_2nd)));
q = q - 1;
[i,w] = min(abs(f2-max(f_2nd)));
w = w + 1;
Y_2ND = zeros(N,1);
f_2ND = f2(q:w,1);
G_2ND = interp1(f_2nd,G_2nd,f_2ND,'spline');
Y_2ND(q:w,1) = G_2ND.*Y2(q:w,1);
Y_2ND((N-q+1):-1:(N-w+1),1) = conj(G_2ND).*Y2((N-q+1):-1:(N-w+1),1);
Y_2ND(m:n,1) = Y_LOW;
%Y_2ND = [Y_2ND(MidPt:N,1); Y_2ND(1:(MidPt-1))];
Y_2ND = [Y_2ND((MidPt+1):N,1); Y_2ND(1:MidPt)];
y2 = real(iff(Y_2ND)*N);
%y2 = y2./kaiser(N,7.865);
yo_3rd = xi.*y2;
yd0_5th = (y2.*y2.*xi)*(1/(2*c1^2));
yd1_5th = y2.*xi.*xi;
YD1_5th = fft(yd1_5th)/N;
YD1_5th = [YD1_5th((MidPt+1):N,1); YD1_5th(1:MidPt,1)];
f2 = fi;
[i,m] = min(abs(f2-min(f_low)));
m = m - 1;
[i,n] = min(abs(f2-max(f_low)));
n = n + 1;
f_LOW = f2(m:n,1);
G_LOW = interp1(f_low,G_low,f_LOW,'spline');
Y_LOW = G_LOW.*YD1_5th(m:n,1);
[i,q] = min(abs(f2-min(f_2nd)));
q = q - 1;
[i,w] = min(abs(f2-max(f_2nd)));
w = w + 1;
Y_2ND = zeros(N,1);
f_2ND = f2(q:w,1);
G_2ND = interp1(f_2nd,G_2nd,f_2ND,'spline');
Y_2ND(q:w,1) = G_2ND.*YD1_5th(q:w,1);
Y_2ND((N-q+1):-1:(N-w+1),1) = conj(G_2ND).*YD1_5th((N-q+1):-1:(N-w+1),1);
Y_2ND(m:n,1) = Y_LOW;
%Y_2ND = [Y_2ND(MidPt:N,1); Y_2ND(1:(MidPt-1))];
Y_2ND = [Y_2ND((MidPt+1):N,1); Y_2ND(1:MidPt)];

```

```

yd1_5th = real(fft(Y_2ND)*N).*xi.*(1/c1^2);
% %yo_3rd = yo_3rd.*kaiser(N,7.865);
% Y2 = fft(yo_3rd)/N;
% Y2 = [Y2((MidPt+1):N,1); Y2(1:MidPt,1)];
% BW = max(f_Hin)-min(f_Hin);
% [i,m] = min(abs(f2-(min(f_Hin)-3*BW)));
% m = m - 1;
% [i,n] = min(abs(f2-(max(f_Hin)+3*BW)));
% n = n + 1;
% [i,q] = min(abs(f2+(max(f_Hin)+3*BW)));
% q = q - 1;
% [i,w] = min(abs(f2+(min(f_Hin)-3*BW)));
% w = w + 1;
% Y2(1:q,1) = 0;
% Y2(w:m,1) = 0;
% Y2(n:N,1) = 0;
% %Y2 = [Y2(MidPt:N,1); Y2(1:(MidPt-1))];
% Y2 = [Y2((MidPt+1):N,1); Y2(1:MidPt)];
% yo_3rd = real(fft(Y2)*N);
%yo_3rd = yo_3rd./kaiser(N,7.865);
% Processing the 5th order branches (using 5 branch model, where 3rd order
% filter is considered to be flat):
yo_5th = zeros(N,1);
if max(abs(k5)) > 0
    % 1st branch:
    y5_1 = k5(1)*xi.^5;
    % 2nd branch:
    y5_2a = xi.^3;
    y5_2b = xi.^2;
    %y5_2b = y5_2b.*kaiser(N,7.865);
    Y2b = fft(y5_2b)/N;
    Y2b = [Y2b((MidPt+1):N,1); Y2b(1:MidPt,1)];
    f2b = fi;
    [i,m] = min(abs(f2b-min(f_low)));
    m = m - 1;
    [i,n] = min(abs(f2b-max(f_low)));
    n = n + 1;
    f_LOW = f2b(m:n,1);
    G_LOW = interp1(f_low,G_low,f_LOW,'spline');
    Y_LOW = G_LOW.*Y2b(m:n,1);
    [i,q] = min(abs(f2b-min(f_2nd)));
    q = q - 1;
    [i,w] = min(abs(f2b-max(f_2nd)));
    w = w + 1;
    Y_2ND = zeros(N,1);
    f_2ND = f2b(q:w,1);
    G_2ND = interp1(f_2nd,G_2nd,f_2ND,'spline');
    Y_2ND(q:w,1) = G_2ND.*Y2b(q:w,1);
    Y_2ND((N-q+1):-1:(N-w+1),1) = conj(G_2ND).*Y2b((N-q+1):-1:(N-w+1),1);
    Y_2ND(m:n,1) = Y_LOW;
    %Y_2ND = [Y_2ND(MidPt:N,1); Y_2ND(1:(MidPt-1))];
    Y_2ND = [Y_2ND((MidPt+1):N,1); Y_2ND(1:MidPt)];
    y5_2b = real(fft(Y_2ND)*N);
    y5_2 = k5(2)*y5_2a.*y5_2b;
    % 3rd branch:
    y5_3 = xi.^2;
    %y5_3 = y5_3.*kaiser(N,7.865);
    Y3 = fft(y5_3)/N;

```



```

Y3 = [Y3((MidPt+1):N,1); Y3(1:MidPt,1)];
f3 = fi;
[i,m] = min(abs(f3-min(f_low)));
m = m - 1;
[i,n] = min(abs(f3-max(f_low)));
n = n + 1;
f_LOW = f3(m:n,1);
G_LOW = interp1(f_low,G_low,f_LOW,'spline');
Y_LOW = G_LOW.*Y3(m:n,1);
[i,q] = min(abs(f3-min(f_2nd)));
q = q - 1;
[i,w] = min(abs(f3-max(f_2nd)));
w = w + 1;
Y_2ND = zeros(N,1);
f_2ND = f3(q:w,1);
G_2ND = interp1(f_2nd,G_2nd,f_2ND,'spline');
Y_2ND(q:w,1) = G_2ND.*Y3(q:w,1);
Y_2ND((N-q+1):-1:(N-w+1),1) = conj(G_2ND).*Y3((N-q+1):-1:(N-w+1),1);
Y_2ND(m:n,1) = Y_LOW;
%Y_2ND = [Y_2ND(MidPt:N,1); Y_2ND(1:(MidPt-1))];
Y_2ND = [Y_2ND((MidPt+1):N,1); Y_2ND(1:MidPt)];
y5_3 = real(iff(Y_2ND)*N);
y5_3 = k5(3)*xi.*(y5_3.^2);
% 4th branch:
y5_4 = xi.^4;
%y5_4 = y5_4.*kaiser(N,7.865);
Y4 = fft(y5_4)/N;
Y4 = [Y4((MidPt+1):N,1); Y4(1:MidPt,1)];
f4 = fi;
[i,m] = min(abs(f4-min(f_low)));
m = m - 1;
[i,n] = min(abs(f4-max(f_low)));
n = n + 1;
f_LOW = f4(m:n,1);
G_LOW = interp1(f_low,G_low,f_LOW,'spline');
Y_LOW = G_LOW.*Y4(m:n,1);
[i,q] = min(abs(f4-min(f_2nd)));
q = q - 1;
[i,w] = min(abs(f4-max(f_2nd)));
w = w + 1;
Y_2ND = zeros(N,1);
f_2ND = f4(q:w,1);
G_2ND = interp1(f_2nd,G_2nd,f_2ND,'spline');
Y_2ND(q:w,1) = G_2ND.*Y4(q:w,1);
Y_2ND((N-q+1):-1:(N-w+1),1) = conj(G_2ND).*Y4((N-q+1):-1:(N-w+1),1);
Y_2ND(m:n,1) = Y_LOW;
%Y_2ND = [Y_2ND(MidPt:N,1); Y_2ND(1:(MidPt-1))];
Y_2ND = [Y_2ND((MidPt+1):N,1); Y_2ND(1:MidPt)];
y5_4 = real(iff(Y_2ND)*N);
y5_4 = k5(4)*xi.*y5_4;
% 5th branch:
y5_5a = xi.^2;
y5_5b = xi.^2;
%y5_5b = y5_5b.*kaiser(N,7.865);
Y5b = fft(y5_5b)/N;
Y5b = [Y5b((MidPt+1):N,1); Y5b(1:MidPt,1)];
f5b = fi;
[i,m] = min(abs(f5b-min(f_low)));

```

```

m = m - 1;
[i,n] = min(abs(f5b-max(f_low)));
n = n + 1;
f_LOW = f5b(m:n,1);
G_LOW = interp1(f_low,G_low,f_LOW,'spline');
Y_LOW = G_LOW.*Y5b(m:n,1);
[i,q] = min(abs(f5b-min(f_2nd)));
q = q - 1;
[i,w] = min(abs(f5b-max(f_2nd)));
w = w + 1;
Y_2ND = zeros(N,1);
f_2ND = f5b(q:w,1);
G_2ND = interp1(f_2nd,G_2nd,f_2ND,'spline');
Y_2ND(q:w,1) = G_2ND.*Y5b(q:w,1);
Y_2ND((N-q+1):-1:(N-w+1),1) = conj(G_2ND).*Y5b((N-q+1):-1:(N-w+1),1);
Y_2ND(m:n,1) = Y_LOW;
%Y_2ND = [Y_2ND(MidPt:N,1); Y_2ND(1:(MidPt-1))];
Y_2ND = [Y_2ND((MidPt+1):N,1); Y_2ND(1:MidPt)];
y5_5b = real(ifft(Y_2ND)*N);
y5_5c = y5_5a.*y5_5b;
%y5_5c = y5_5c.*kaiser(N,7.865);
Y5c = fft(y5_5c)/N;
Y5c = [Y5c((MidPt+1):N,1); Y5c(1:MidPt,1)];
f5c = fi;
[i,m] = min(abs(f5c-min(f_low)));
m = m - 1;
[i,n] = min(abs(f5c-max(f_low)));
n = n + 1;
f_LOW = f5c(m:n,1);
G_LOW = interp1(f_low,G_low,f_LOW,'spline');
Y_LOW = G_LOW.*Y5c(m:n,1);
[i,q] = min(abs(f5c-min(f_2nd)));
q = q - 1;
[i,w] = min(abs(f5c-max(f_2nd)));
w = w + 1;
Y_2ND = zeros(N,1);
f_2ND = f5c(q:w,1);
G_2ND = interp1(f_2nd,G_2nd,f_2ND,'spline');
Y_2ND(q:w,1) = G_2ND.*Y5c(q:w,1);
Y_2ND((N-q+1):-1:(N-w+1),1) = conj(G_2ND).*Y5c((N-q+1):-1:(N-w+1),1);
Y_2ND(m:n,1) = Y_LOW;
%Y_2ND = [Y_2ND(MidPt:N,1); Y_2ND(1:(MidPt-1))];
Y_2ND = [Y_2ND((MidPt+1):N,1); Y_2ND(1:MidPt)];
y5_5c = real(ifft(Y_2ND)*N);
y5_5 = k5(5)*xi.*y5_5c;
% Generating the 5th order output component:
yo_5th = y5_1 + y5_2 + y5_3 + y5_4 + y5_5;
% Keeping just the components at the fundamental band:
%yo_5th = yo_5th.*kaiser(N,7.865);
Y2 = fft(yo_5th)/N;
Y2 = [Y2((MidPt+1):N,1); Y2(1:MidPt,1)];
BW = max(f_Hin)-min(f_Hin);
[i,m] = min(abs(f2-(min(f_Hin)-3*BW)));
m = m - 1;
[i,n] = min(abs(f2-(max(f_Hin)+3*BW)));
n = n + 1;
[i,q] = min(abs(f2+(max(f_Hin)+3*BW)));
q = q - 1;

```

```
[i,w] = min(abs(f2+(min(f_Hin)-3*BW)));
w = w + 1;
Y2(1:q,1) = 0;
Y2(w:m,1) = 0;
Y2(n:N,1) = 0;
%Y2 = [Y2(MidPt:N,1); Y2(1:(MidPt-1))];
Y2 = [Y2((MidPt+1):N,1); Y2(1:MidPt)];
yo_5th = real(iff(Y2)*N);
%yo_5th = yo_5th./kaiser(N,7.865);
end
% Processing the output signal:
to = ti;
%yo = (1/c1)*(yo_1st - yo_3rd); %Linearizador de 3ª ordem
yo = (1/c1)*(yo_1st - yo_3rd)+yd0_5th+yd1_5th; %Linearizador de 5ª ordem
y1 = yo_1st;
y3 = yo_3rd;
y5 = yo_5th;
% Temporary:
%yo = xi;
```